

## První zápočtová písemka – varianta A (vzor)

- (6 bodů)** Pavel a Kryštof se po flámu vrací opilí domů a snaží se odemknout dveře od svého bytu. Na svazku mají celkem 9 klíčů, které nejsou schopni od sebe rozeznat. Pavel jako první vybere jeden klíč a snaží se odemknout, v případě neúspěchu se o odemknutí pokouší Kryštof a tak pořád dokola, než se jim konečně podaří dostat dovnitř. Jaká je pravděpodobnost, že dveře odemkne Pavel, respektive Kryštof, pokud
  - před každým dalším pokusem jim spadnou klíče na zem a tedy neví, který klíč již zkoušeli?
  - před každým dalším pokusem dají naposledy použitý klíč na stranu a tento klíč již nezkouší?
- (9 bodů)** Nechtě  $X$  a  $Y$  jsou nezávislé náhodné veličiny s hustotami  $f_X$ , resp.  $f_Y$ :

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & x \in (0, 2), \\ 0, & \text{jinak,} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} 1, & y \in (0, 1), \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

- Spočtete hustotu náhodné veličiny  $V = X + Y$ .
- Spočtete  $EV$ .
- Jaká je pravděpodobnost  $P(\max\{X, Y\} > \frac{1}{2})$ ?

## První zápočtová písemka – varianta B (vzor)

- (9 bodů)** Dvojice náhodných veličin  $(U, V)$  má rozdělení popsané sdruženou hustotou

$$f(u, v) = \begin{cases} av^2, & \text{pro } u \in [-1, 1], v \in [0, 1], \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

- Spočtete konstantu  $a$ .
  - Jsou náhodné veličiny  $U$  a  $V$  nezávislé?
  - Spočtete  $P(U < V)$ .
  - Spočtete  $E\left(\frac{1}{\sqrt{v^2}}\right)$ .
- (6 bodů)** V dílně pracuje 10 dělníků, kteří za směnu vyrobí stejný počet výrobků. Skupina A pěti dělníků vyrobí 96% standardních, skupina B tří dělníků 90% a skupina C dvou dělníků jen 85% standardních výrobků. Všechny výrobky jsou uloženy ve skladu. Náhodně vybereme jeden výrobek.
    - Jaká je pravděpodobnost, že je standardní?
    - Vybraný výrobek není standardní. Jaká je pravděpodobnost, že ho vyrobila skupina A?