

Třetí zápočtová písemka – 23. 5. 2016 | varianta A

1. **(6 bodů)** Chceme zjistit, jaká je približně doba čekání na Pražské metro C. Jdeme na stanici Florenc a tam jsme za (přesně) hodinu napočítali 18 souprav jedoucích ve stejném směru (předpokládame, že příchody metra jsou na sobě nezávislé).
 - (a) Jakým (**vhodným**) statistickým modelem lze popsát danou situaci? Co nás v modelu zajíma?
 - (b) Odhadněte parameter/parametry v modelu. Jaké ma odhad vlastnosti?
 - (c) Na hladině $\alpha = 0.05$ sestrojte jednostranný intervalový odhad pro neznámý parameter a interpretujte jej. Rozhodněte se pro jednostranný intervalový odhad tak, aby jeho interpretace byla zmysluplná a pro čekajícího v metru užitečná.

Nezapomeňte popsat použitý matematický model včetně všech předpokladů.

2. **(9 bodů)** Nechť X_1, \dots, X_n jsou nezávislé stejně rozdelené náhodné veličiny takové, že

$$\mathbb{P}(X_i = k) = \frac{\delta^{2k} e^{-\delta^2}}{k!} \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

kde $\delta > 0$ je neznámý parametr.

- (a) Najděte maximálně věrohodný odhad parametru δ .
- (b) Je odhad $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ nestranným odhadem parametru δ ?
- (c) Je odhad $\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n X_i$ konzistentním odhadem parametrické fce $g(\delta) = \delta^2$?

Třetí zápočtová písemka – 23. 5. 2016 | varianta B

1. **(9 bodů)** Nechť X_1, \dots, X_n jsou nezávislé stejně rozdelené náhodné veličiny takové, že

$$\mathbb{P}(X_i = k) = \frac{\theta^{k/2} e^{-\sqrt{\theta}}}{k!} \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

kde $\theta > 0$ je neznámý parametr.

- (a) Je odhad $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ nestranným odhadem parametru θ ?
- (b) Je odhad $\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n X_i$ konzistentním odhadem parametrické fce $g(\theta) = \sqrt{\theta}$?
- (c) Najděte maximálně věrohodný odhad parametru θ .

2. **(6 bodů)** Chceme zjistit, jak dlouho trvá cesta z Prahy do Brna po dálnici D1. Zaptali jsme se 40 vodičů a zjistili jsme, že jejich celková doba jízdy z Prahy do Brna byla 70 hodin. (jednotlivé jízdy považujeme mezi sebou za nezávislé)

- (a) Jakým (**vhodným**) statistickým modelem lze popsát danou situaci? Co nás v modelu zajíma?
- (b) Odhadněte parameter/parametry v modelu. Jaké ma odhad vlastnosti?
- (c) Na hladině $\alpha = 0.05$ sestrojte jednostranný intervalový odhad pro neznámý parameter a interpretujte jej. Rozhodněte se pro jednostranný intervalový odhad tak, aby jeho interpretace byla zmysluplná a pro vodiče na cestě do Brna užitečná.

Nezapomeňte popsat použitý matematický model včetně všech předpokladů.