

První zápočtová písemka – Pondelok, 4.4.2016 | varianta A

- (8 bodů)** Pro PID (Pražská Integrovaná Doprava) jezdí 850 tramvají z nichž je 600 sólových a 250 je kloubových. Ze všech sólových tramvají je pouze 300 z nich nízkopodlažných. Každá kloubová tramvaj je zároveň aj nízkopodlažní.
  - Jaká je pravděpodobnost, že náhodná tramvaj, která přijede na centrální zastávku, bude nízkopodlažní?
  - Nechť náhodná veličina  $X$  značí počet tramvají, které přijedou na centrální zastávku (napr. za jednu hodinu). Předpokládejme, že  $X \sim Pois(\lambda = 20)$ . Označme  $Y$  počet pouze nízkopodlažných tramvají, které přijedou na danou zastávku. Nайдěte rozdělení náhodnej veličiny  $Y$ .
  - Jaký je středný očekávaný počet nízkopodlažných tramvají, které přijedou na centrální zastávku?
- (7 bodů)** Dvojice náhodných veličin  $(X, Y)$  má rozdělení popsané sdruženou hustotou

$$f(x, y) = \begin{cases} cy, & \text{pro } x \in [-1, 1], y \in [0, 1], \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

- Spočtete konstantu  $c$ .
- Spočtete združený moment  $EXY$ . Jsou náhodné veličiny  $X$  a  $Y$  nezávislé?
- Spočtete  $P(Y > X)$ .

*Pro úspěšné napsání písemky je zapotřebí získat 10 bodů.*

První zápočtová písemka – Pondelok, 4.4.2016 | varianta B

- (6 bodů)** Nechť náhodná veličina  $X$  má exponenciálně rozdělení s parametrem  $\lambda > 0$  (tak, že platí, že  $EX = \lambda$ ) a  $Y$  má exponenciální rozdělení s parametrem  $2\lambda$  (platí, že  $EY = 2\lambda$ ). Nechť  $X$  a  $Y$  jsou nezávislé.
  - Spočtete združené rozdělení  $X$  a  $Y$  a združený moment  $EXY$ .
  - Nechť  $U = \max(X, Y)$ . Odvoďte rozdělení (distribuční funkci a hustotu) náhodné veličiny  $U$ .
- (9 bodů)** Petr a Jana hrají následující hru. Každý hodí jednou (pravidelnou šestistěnnou) kostkou. Pokud je na obou kostkách součet pět, tak vyhrává Petr. Pokud je součet sedm, tak vyhrává Jana. Pokud není součet ani pět ani sedm, tak toto kolo skončilo nerozhodně a oba dva házejí znovu.
  - Určete pravděpodobnost, že Petr vyhraje v  $k$ -tém kole.
  - Určete pravděpodobnost, že Petr vyhraje.
  - Určete pravděpodobnost, že hra skončila v  $k$ -tém kole, za předpokladu, že víme, že zvítězil Petr.

*Pro úspěšné napsání písemky je zapotřebí získat 10 bodů.*