

Druhá zápočtová písemka – Vzor | varianta A

1. (6 bodů) Počet návštěvníku Pražské ZOO za jeden den má přibližně Poissonovo rozdělení s parametrem $\lambda = 900$ návštěvníků za den a předpokládáme, že počty zákazníků v jednotlivých dnech jsou na sobě nezávislé.
- (a) Když za jeden lístek zaplatí návštěvník 100 CZK, jaká je střední hodnota a rozptyl celkové sumy, kterou v ZOO vyinkasují za jeden měsíc (30 dnů)?
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že za jeden měsíc (30 dnů) vyinkasují v ZOO na vstupném alespoň čtvrt miliónu CZK?

2. (9 bodů)

Nechť Y_n jsou nezávislé náhodné veličiny s diskretním rozdělením takovým, že platí

$$P(Y_n = 0) = 1 - \frac{1}{n^2}, \quad P(Y_n = \sqrt{3}n) = P(Y_n = -\sqrt{3}n) = \frac{1}{2n^2}$$

- (a) Konverguje posloupnost $\{Y_n\}$ k nule v pravděpodobnosti?
- (b) Konverguje výběrový průměr $\bar{Y}_n$ k nule skoro jistě?
- (c) Jaká je pravděpodobnost, že $Y_n = 0$ až na konečně mnoho n ?
- (d) Konverguje posloupnost Y_n k nule skoro jistě?

Druhá zápočtová písemka – Vzor | varianta B

1. (9 bodů) Nechť Y_n jsou nezávislé náhodné veličiny s diskretním rozdělením takovým, že platí

$$P(Y_n = \sqrt{3}n) = P(Y_n = -\sqrt{3}n) = \frac{1}{2n^2}, \quad P(Y_n = 0) = 1 - \frac{1}{n^2}$$

- (a) Konverguje posloupnost $\{Y_n\}$ k nule v pravděpodobnosti?
- (b) Konverguje výběrový průměr $\bar{Y}_n$ k nule skoro jistě?
- (c) Jaká je pravděpodobnost, že $Y_n = 0$ až na konečně mnoho n ?
- (d) Konverguje posloupnost Y_n k nule skoro jistě?

2. (6 bodů) Doba životnosti jedné žárovky má exponenciální rozdělení s parametrem $\lambda = 0.01$ (střední doba svítivosti žárovky v hodinách je $\frac{1}{\lambda} = 100$ hodin). Zakoupili jsme 75 kusů žárovek a předpokládáme, že doby životnosti žárovek jsou vzájemně nezávislé.

- (a) Jaká je střední hodnota a rozptyl celkové doby životnosti všech zakoupených žárovek?
- (b) Jaká je pravděpodobnost, že 75 žárovek vydrží svítit po celý rok (365 dnů)? Předpokládáme, že vždy svítí pouze jedna žárovka a když skončí, bez prodlení ji nahradíme novou, pokud ještě nějakou máme.