

První zápočtová písemka – Vzor | varianta A

1. (7 bodů) Na stole leží dvě urny A a B. V urně A je osm zlatých mincí a čtyři stříbrné, v urně B jsou tři zlaté mince, tři stříbrné a šest bronzových. Provedeme následující tah: Hodíme pravidelnou šestistěnnou kostkou a pokud padne číslo jedna nebo dva, pak vybereme jednu minci z truhly A. V opačném případě vybereme jednu minci z truhly B.

- (a) Jaká je pravděpodobnost, že jsme vytáhli zlatou minci?
- (b) Jaká je pravděpodobnost, že na kostce padla jednička, jestliže jsme vytáhli zlatou minci?

2. (8 bodů) Dvojice náhodných veličin (X, Y) má rozdělení popsané sdruženou hustotou

$$f(x, y) = \begin{cases} c & \text{pro } x \in [-1, 1], y \in [-1, 1], \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

- (a) Spočtete konstantu c .
- (b) Spočtete kovarianci $Cov(X, Y)$. Jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé?
- (c) Spočtete $P(Y > X)$.

Pro úspěšné napsání písemky je zapotřebí získat 10 bodů.

První zápočtová písemka – Vzor | varianta B

1. (7 bodů) Adam a Bedřich hrají následující hru. Každý hodí jednou (pravidelnou šestistěnnou) kostkou. Pokud je na obou kostkách součet pět, tak vyhrává Adam. Pokud je součet sedm, tak vyhrává Bedřich. Pokud není součet ani pět ani sedm, tak toto kolo skončilo nerozhodně a oba dva házejí znovu.

- (a) Určete pravděpodobnost, že Adam vyhraje v k -tém kole.
- (b) Určete pravděpodobnost, že Adam vyhraje.
- (c) Určete střední hodnotu počtu odehraných kol.

2. (8 bodů) Nechť U a V jsou nezávislé náhodné veličiny s rovnoměrným rozdělením na $(0, 1)$.

- (a) Spočtete $P(U < 3V)$.
- (b) Spočtete $E \cos(U)$.
- (c) Spočtete $P(X < Y)$.

Pro úspěšné napsání písemky je zapotřebí získat 10 bodů.