

**Písemka - NMAG335 Úvod do analýzy na varietách  
(vzorová)**

1. (i) Definujte kotečný prostor  $T_x^*X$  v bodě  $x$  hladké variety  $X$ .  
Popište bázi  $T_x^*X$  v lokálních souřadnicích.  
(ii) Zformulujte a dokažte, jak se transformují souřadnice kovektoru  $\omega \in T_x^*X$  při změně lokálních souřadnic.
2. (i) Definujte hladké vektorové pole  $V$  na hladké varietě  $X$ .  
Popište, jak vypadá  $V$  na mapě  $(U, \varphi)$ .  
(ii) Definujte Lieovu závorku  $[V, W]$  vektorových polí  $V$  a  $W$  na  $X$ .  
Dokažte, že  $[V, W]$  je hladké vektorové pole na  $X$ .
3. (i) Definujte pojem mapy a hladkého atlasu na topologické varietě.  
(ii) Na projektivním prostoru  $P(\mathbb{R}^4)$  popište přirozenou strukturu hladké variety. Zde  $P(\mathbb{R}^4)$  je množina všech 1-dimenzionálních podprostorů  $\mathbb{R}^4$ .  
Zejména popište na  $P(\mathbb{R}^4)$  mapy a ukažte, že přechodové funkce mezi nimi jsou hladké.