

Písemná zkouška z Aplikované matematiky III
ZS 2016/17, 25.1.2017

1. (10 bodů)

Najděte Jordanův kanonický tvar $\mathbf{J}_\mathbf{A}$ a příslušnou transformační matici $\mathbf{Q}$ k matici

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -2 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}.$$

2. (10 bodů)

Nalezněte kanonický tvar kvadratické formy

$$x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_2x_3$$

a transformaci, která převod na něj realizuje.

3. (10 bodů)

Nalezněte všechna řešení obyčejné diferenciální rovnice

$$y'' + y = \frac{2}{\cos^3 x}.$$

4. (10 bodů)

Vyšetřete charakter konvergence posloupnosti funkcí definovaných na $\langle 0, +\infty \rangle$:

$$f_n(x) = \frac{nx}{1 + n + x}.$$

5. (10 bodů)

Buď f funkce, která nabývá hodnot x^2 na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, navíc je lichá a periodická s periodou 2.

- Rozviňte tuto funkci do Fourierovy řady v bázi složené z funkcí příslušně naškálovaných funkcí $\sin$ a $\cos$.
- Popište (a stručně odůvodněte) charakter konvergence této Fourierovy řady.
- Napište Parsevalovu rovnost a pomoci ní sečtěte číselnou řadu, která takto vznikne.