

8. domácí úkol na 8. 12. 2011

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>

Jelikož třetí úloha minulého domácího úkolu byla příliš obtížná, je tento domácí úkol obodován více, než obvyklými 10 body. Body, které získáte, se vám započtou. Ale do procentuálního základu se bude počítat jen těch 10.

Příklady

1. Pomocí plošného integrálu 1. druhu určete obsah plochy anuloidu (neboli toru), což je objekt, jež vznikne rotací kružnice (o poloměru r) kolem osy, která leží ve stejné rovině. Torus je vlastně "pneumatika", popsána rovnicí

$$(R - \sqrt{x^2 + y^2})^2 + z^2 = r^2,$$

kde R je vzdálenost středu rotující kružnice k ose rotace (tedy "středu" pneumatiky). (1 bod parametrizace a meze, 2 body vektor normály, 1 bod jeho velikost, 1 bod sestavení integrálu, 1 bod výpočet)

2. Vypočtete plošný integrál 1. druhu funkce $f(x, y, z) = z^2$ přes plochu

$$S = \{z = xy; x^2 + y^2 \leq 1\}$$

(1 bod parametrizace a meze, 2 body vektor normály, 1 bod jeho velikost, 1 bod sestavení integrálu, 2 body výpočet)

3. Určete hmotnost plochy S

$$\begin{aligned}x &= 2 \cos u \sin v \\y &= 2 \sin u \sin v, & u, v &\in [0; \frac{\pi}{2}] \\z &= 2 \cos v,\end{aligned}$$

jestliže je její hustota dána vztahem $\sigma(x, y, z) = xz$. Hmotnost plochy se určí jako

$$\iint_S \sigma dS.$$

(2 body vektor normály, 1 bod jeho velikost, 1 bod sestavení integrálu, 1 bod výpočet)