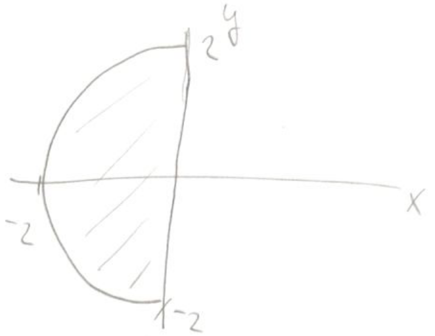
$f(x,y) = -y^2 + x^2 + \frac{4}{3}x^3$ $\quad M = \{ x^2+y^2 \leq 4, \ x \leq 0 \}$

(1) M:



- M je omezená: $\quad x^2+y^2 \leq 4$
- M je uzavřená: $\quad M = M_1 \cap M_2$

$M_1 = \{ [x,y] \in \mathbb{R}^2 : \ x^2+y^2 \leq 4 \}$ $\quad M_2 = \{ [x,y] \in \mathbb{R}^2 : \ x \leq 0 \}$

$g_1 = x^2+y^2-4 \rightarrow$ spoj (polynom) $\quad g_2(x,y) = x$ spoj (polynom)

$M_1 = g_1^{-1}((-\infty, 0])$ $\quad M_2 = g_2^{-1}((-\infty, 0])$

M_1 je vzor uz. mny při spoj zobr, $\Rightarrow M_1$ je uz. $\quad M_2$ je vzor uz. při spoj. zobr $\Rightarrow M_2$ je uz

M je průnik 2 uz. $\rightarrow$ M je uz.

$\Rightarrow$ M je uz. + om $\rightarrow$ M je kpt. $\Big\}$ f na M nabývá extrému
f je spoj. (polynom)

(2) (2a) Int M $\quad x^2+y^2<4, \ x<0$

$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x+4x^2 \qquad 2x(1+2x)=0 \qquad x=0 \ \vee \ x=-1/2$

$\frac{\partial f}{\partial y} = -2y \qquad \rightarrow y=0 \qquad [0,0] \notin \text{Int} M \qquad \underline{[-1/2, 0]}$

(2b) M_1 $\quad x=0 \quad y \in (-2,2)$

$f(0,y) = -y^2 \rightarrow$ fce 1 proměnné, extrém v $y=0$

$\underline{[0,0] \in M_1}$

(2c) H_2 C_0^o $x^2+y^2=4$, $x<0$

Lagrangeovy multiplikátory

$f, g_1 \in C^\infty(\mathbb{R}^2)$ $(g_1=0 \rightarrow H_2)$

- $\nabla g_1 = (2x, 2y) = (0,0) \longrightarrow [0,0] \notin H_2$
  $0^2+0^2 \neq 4$

- $\nabla f + \lambda \nabla g = (0,0)$

$2x+4x^2+\lambda 2x = 0$

$-2y+\lambda 2y = 0 \rightarrow 2y(-1+\lambda)=0$

$x^2+y^2=4$

$y=0$:

$x^2=4$

$[2,0] \notin H$

$[-2,0]$

$\lambda=1$:

$2x+4x^2+2x=0$

$4x(x+1)=0$

$x=0$:

$y^2=4$

$[0,2] \notin H_2$

$[0,-2] \in H_2$

$x=-1$:

$y^2=3$

$y=\pm\sqrt{3}$

$[-1,\sqrt{3}]$ $\in H_2$

$[-1,-\sqrt{3}]$

(2d) Přidáme hranici hranice

$[0,-2]$, $[0,2]$

(3) Podezřelé body:

$f(-1/2,0) = 1/12$ glob. max

$f(0,0) = 0$

$f(-2,0) = -20/3$ glob. min

$f(-1,\sqrt{3}) = -10/3$

$f(-1,-\sqrt{3}) = -10/3$

$f(0,-2) = -4$

$f(0,2) = -4$