

1. zápočtová písemka

Čas k vypracování písemky je 45 minut. Povoleny jsou pouze běžné psací potřeby.

1. (6 bodů) Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' = \frac{-x}{y}$$

2. (6 bodů) Vyřešte diferenciální rovnici s počáteční podmínkou:

$$y' + \frac{y}{x} = x^2 + 3, \quad y(2) = 4.$$

3. (6 bodů) Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 9x + 3$$

4. (3 bodů) Nechť (X, ρ) je metrický prostor. a necht' $A \subseteq X$. Řekneme, že bod $x \in X$ je *hromadným bodem* množiny A , jestliže

$$\forall \varepsilon > 0 : (B(x, \varepsilon) \setminus \{x\}) \cap A \neq \emptyset.$$

Množinu všech hromadných bodů množiny A nazýváme *derivací* množiny A a značíme ji symbolem A' .

Rozhodněte o platnosti následujících výroků, tedy dokažte, nebo najděte protipříklad.

- (a) Necht' $A \subset X$. Pak

$$A' \subseteq \overline{A},$$

- (b) Necht' $A, B \subset X$. Pak

$$(A \cup B)' = A' \cup B'.$$