

1. písemka – vzor

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>, kuncova@karlin.mff.cuni.cz

Písemka je na 45 minut a je možné během ní používat libovolné tištěné nebo rukou psané materiály. Není ale dovoleno používat jakoukoli techniku.

1. (25 bodů) Nechť $F = (F_1, F_2) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ je zobrazení definované předpisem

$$F(x, y) = \left((|x| + |y|) \log(1 + x^2 + y^2), \operatorname{sgn}(x + y) \sqrt{x^2 + y^2} \right)$$

(a) Zjistěte, zda existuje derivace $F'(1, 1)$ a spočtěte její reprezentující matici.

(b) Spočtěte $\frac{\partial F_2}{\partial y}(0, 0)$, pokud existuje.

2. (25 bodů) Ukažte, že rovnice

$$\log(x^2 + y) + e^{xy} + x - y = 2$$

určuje na jistém okolí bodu $(1, 0)$ implicitně zadanou funkci $y = \varphi(x)$. Spočtěte $\varphi'(1)$.