

1. písemka

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>, kuncova@karlin.mff.cuni.cz

Písemka je na 45 minut a je možné během ní používat libovolné tištěné nebo rukou psané materiály. Není ale dovoleno používat jakoukoli techniku.

1. (25 bodů) Nechť $F = (F_1, F_2) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ je zobrazení definované předpisem

$$F(x, y) = (|x^2 y| + \sin(xy), \arctan(x - 4y))$$

(a) Zjistěte, zda existuje derivace $F'(2, 1)$ a spočtěte její reprezentující matici.

(b) Spočtěte $\frac{\partial F_1}{\partial x}(0, 0)$, pokud existuje.

Hint: Pracujte nejdříve s funkcí $g(x, y) = |xy|$. Až pak uvažujte $|xy| + \sin(xy)$.

2. (25 bodů) Ukažte, že rovnice

$$x^3 + y^7 = e^{xy^2} - \sin y$$

určuje na jistém okolí bodu $(1, 0)$ implicitně zadanou funkci $y = \varphi(x)$. Spočtěte $\varphi'(1)$.