



5. cvičení – Škála

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>, kuncova@karlin.mff.cuni.cz

Teorie

Fakta

$$1. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^n} = 0$$

$$3. \beta > 0, a > 1: \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\beta}{a^n} = 0.$$

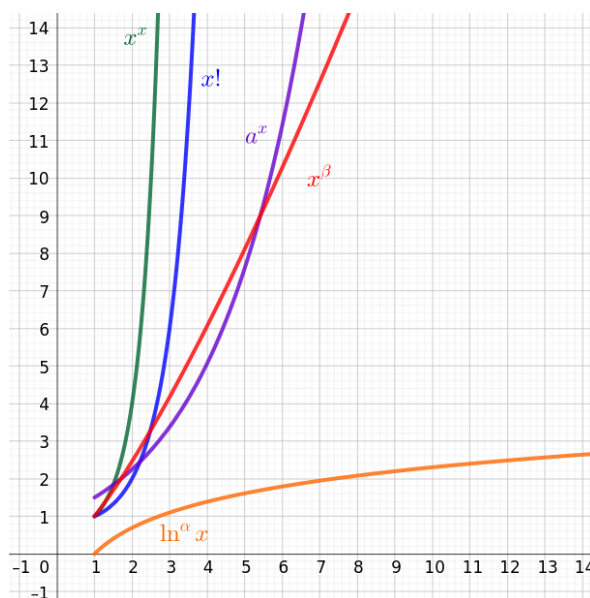
$$2. a > 1: \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^n}{n!} = 0.$$

$$4. \alpha > 0, \beta > 0: \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log^\alpha n}{n^\beta} = 0.$$

$$\log^\alpha n \ll n^\beta \ll a^n \ll n! \ll n^n$$

Nechť $\alpha > 0$, pak:

$$1. \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\alpha} = 1 \quad 2. \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n} = 1 \quad 3. \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^\alpha} = 1 \quad 4. \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n!} = +\infty$$



Příklady

1. Určete limity

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + n^2}{n^3 + n!}$$

$$(d) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + n^5 + (n+1)!}{n(n^6 + n!)}$$

$$(b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 3^{n+1}}$$

$$(e) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n + n^3 + \frac{1}{n} + e^n + 5^n}{\log_{10} n + n^4 + 5^n + n^3 + 4^n}$$

$$(c) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1^n + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n}{5,0001^n}$$

$$(f) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+2)! - (n+1)!}$$

$$(g) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\log(n^2))^2}{\sqrt{n+5\log^2 n} - \sqrt{n+2\log^2 n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$$

2. Jak to dopadne s posloupnostmi? (Divergentní znamená jak jdoucí do nekonečna, tak oscilující.)

(a) Nechť posloupnost x_n je konvergentní a posloupnost y_n je divergentní. Je možné říci, že posloupnosti a) $x_n + y_n$, b) $x_n y_n$ jsou také divergentní?

(b) Nechť posloupnosti x_n a y_n jsou divergentní. Je možné říci, že posloupnosti a) $x_n + y_n$, b) $x_n y_n$ jsou také divergentní?

(c) Nechť $\lim x_n = 0$ a y_n je libovolná posloupnost. Je možné říci, že $\lim(x_n y_n) = 0$?

(d) Nechť $\lim(x_n y_n) = 0$. Je možné říci, že platí buď $\lim x_n = 0$ nebo $\lim y_n = 0$?

(1f) Vytkneme $(n+1)!$
(1g) Odmocniny dle vzorce $A^2 - B^2$. Navíc $\log n^2 = 2 \log n$.