



10. cvičení – Goniometrické substituce

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>, kuncova@karlin.mff.cuni.cz

Postup

1. Určíme intervaly **spojitosti** funkce f .
2. Otestujeme, která **substituce** bude vhodná.
3. Určíme **interval** pro substituci.
4. Provedeme substituci.
5. Vyřešíme parciální zlomky.
6. Vrátime substituci.
7. Doladíme **podmínky** a výsledek.
8. Pokud je to nutné, **slepíme** (ale to až příště).

Příklady

Najděte primitivní funkce

1. $\frac{\sin x}{1 + \cos x}$

2. $\frac{1}{1 + \sin^2 x}$

3. $\frac{3 \sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x + 3 \cos^2 x}$

4. $\frac{\cos^3 x}{2 - \sin x}$

5. $\frac{1}{2 - \cos x}$

6. $\frac{1}{\sin x}$

7. $\frac{1}{\cos x \sin^3 x}$

8. $\frac{\sin x}{\sin x - \cos x}$

9. $\frac{\sin^3 x}{1 + 4 \cos^2 x + 3 \sin^2 x}$

10. $\frac{1}{\sin x} \operatorname{tg}^5 x$

11. $\frac{\sin x}{1 + \sin x}$

12. $\frac{2 - \sin x}{2 + \cos x}$

**When you solve an integral with
the trig substitution on the first try**

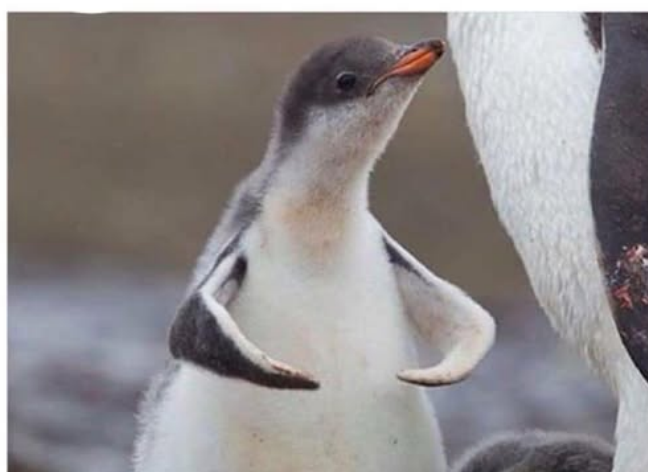


Figure 1: https://www.facebook.com/permalink.php/?story_fbid=324757521435677&id=270496563528440

Bonus

13. Které/á z následujících tvrzení jsou pravdivá?

- (a) Jestliže $f'(x) = g'(x)$ (pro všechna x), pak $f(x) = g(x)$ (pro všechna x).
- (b) Jestliže $\int f(x) = \int g(x)$ (pro všechna x), pak $f(x) = g(x)$ (pro všechna x).

Zdroj: http://www.math.cornell.edu/~GoodQuestions/GQbysection_pdfversion.pdf

14. PRAVDA – NEPRAVDA Nechť F je primitivní funkce k f na intervalu (a, b) .

ANO – NE Jestliže (a, b) je omezený a F je omezená, pak i f je omezená.

ANO – NE Jestliže f je omezená a spojitá, pak i F je omezená.

15. PRAVDA – NEPRAVDA Nechť funkce f má na $\mathbb{R}$ primitivní funkci, g je polynom. Pak k funkci fg existuje primitivní funkce na $\mathbb{R}$.

Definice 1. Řekneme, že funkce $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ je *stejněměrně spojitá* na intervalu I , jestliže

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x, y \in I, |x - y| < \delta : |f(x) - f(y)| < \varepsilon.$$

16. Dokažte: Nechť I je interval, $f : I \rightarrow \mathbb{R}$. Pak f není stejněměrně spojitá na I právě tehdy, když existuje $\varepsilon > 0$ a posloupnosti $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ bodů z I splňující $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n - y_n| = 0$ a $|f(x_n) - f(y_n)| \geq \varepsilon$ pro každé $n \in \mathbb{N}$.

$x \text{ uet} = \hat{n} \text{ (01)}$
--

$x \text{ uet} = \hat{n} \text{ (L)}$
