



## 20. cvičení – Průběh funkce

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>, [kuncova@karlin.mff.cuni.cz](mailto:kuncova@karlin.mff.cuni.cz)

1. Vyšetřete průběh funkce

(Příklady i s řešením jsou od doc. Rokyty: <https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~rokyta/vyuka/index.html>)

(a)  $f(x) = e^{\arctan \frac{1}{x^2-1}}$

(d)  $f(x) = \frac{|1+x|}{\sqrt[3]{x}}$

(b)  $f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - x^3}$

(e)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^3+1}}$

(c)  $f(x) = \arccos \frac{2 \ln x}{1 + \ln^2 x}$

(f)  $f(x) = \frac{1}{2} \arccos(1 - \ln^2 x)$

### Bonus

Příklady i s řešením jsou ze skript: <https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~pick/analzya.pdf>

2. Ukažte, že pro všechna  $x \neq 0$  platí

$$\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} x.$$

3. Nechť  $f$  je funkce s definičním oborem  $D_f$ , pro který platí, že  $-x \in D_f$  kdykoli  $x \in D_f$ . Nechť  $a \in D_f$  a nechť existuje  $f'_+(a)$ . Pak existuje  $f'_-(-a)$  a platí

$$f'_-(a) = \begin{cases} -f'_+(a), & f \text{ sudá} \\ f'_+(a), & f \text{ lichá.} \end{cases}$$

4. Dokažte Bernoulliho nerovnost (pomocí průběhu nějaké vhodné funkce): Nechť  $\alpha \geq 1$ ,  $x \in (-1, \infty)$ . Pak

$$(1+x)^\alpha \geq 1 + \alpha x.$$

**I'll do algebra, I'll  
do trig, and I'll  
even do statistics,  
but  
graphing is where I  
draw the line!**

Figure 1: <https://cz.pinterest.com/pin/funny-math-joke-poster-410531322260344553/>