

## 1. zápočtová písemka

Na písemku máme 45 minut. Všechny 3 příklady jsou po 10 bodech, je potřeba jich získat 15.

Je povolen 1 ručně psaný papír A4 popsaný z 1 strany.  
Hodně štěstí.

1. Ukažte, že rovnice

$$x^3 + y^7 = e^{xy^2} - \sin y$$

určuje v jistém okolí bodu  $[1, 0]$  implicitně zadanou funkci (proměnné  $x$ ). Spočtete první derivace této funkce v bodě 1.

*(Nezapomeňte ověřit podmínky věty o implicitní funkci.)*

2. Najděte globální maximum a minimum funkce  $f$  na množině  $M$ .

$$f(x, y) = xy, \quad M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 4x^2 + y^2 = 8\}.$$

*(Nezapomeňte ověřit, zda funkce extrémů opravdu nabývá.)*

3. Uvažujte posloupnost funkcí

$$f_n = \frac{n^2 x}{1 + n^4 x^2}, \quad x \in [0, 1].$$

- (a) Určete bodovou limitu posloupnosti  $\{f_n\}$ .  
(b) Rozhodněte, zda  $\{f_n\}$  konverguje stejnoměrně na  $[0, 1]$ .