



21. cvičení – Konvergence Newtonova integrálu 2

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>, kuncova@karlin.mff.cuni.cz

Příklady

1. Vyšetřete **absolutní** konvergenci integrálů, $\alpha, \beta, a, b, k, p, q, s \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$:

(a) $\int_0^1 \frac{\tan x}{\sqrt{x^3}} dx$

(h) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^p x \cos^q x dx$

(b) $\int_1^2 \frac{e^x}{x^2 - 1} dx$

(i) $\int_1^\infty \sin^2 \frac{1}{x} dx$

(c) $\int_0^\infty x^{-3/4} e^{-\sqrt{x}} dx$

(j) $\int_0^\infty \frac{\sin \frac{1}{x} \arctan x}{x} dx$

(d) $\int_0^1 x^{-\ln x} dx$

(k) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(\frac{1}{\cos x}\right)}{\sqrt{x}} dx$

(e) $\int_0^\infty \frac{\arctan px}{x^n} dx$

(l) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x} \log(1 + e^x)} dx$

(f) $\int_0^\pi \frac{\ln(\sin x)}{x \sqrt{\sin x}} dx$

(m) $\int_0^\infty \sin\left(\sqrt{x^{2\alpha} + 1} - x^\alpha\right) dx$

(g) $\int_0^\infty \frac{x - \sin x}{x^p} dx$

Zkouškové příklady

2. Vyšetřete **absolutní** konvergenci integrálů, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Zdroj: <https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~spurny/pages/ma2.php#>

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~pick/>

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~rokyta/vyuka/index.html>

(a) $\int_1^\infty \frac{(x^2 - 1)(\log x)^\alpha}{x^3} dx$

(b) $\int_0^1 \frac{(e^{1-x} - 1)^\alpha \arccos x}{\sqrt{\arcsin x}} dx$

(c) $\int_1^\infty \frac{\log x}{(x - 1)^{\frac{3}{2}}} (\operatorname{arccot} x)^\alpha dx$

(d) Ukažte, že funkce $x - \sin x$ je kladná na $(0, \infty)$ a vyšetřete konvergenci

$$\int_0^\infty \frac{(\log x)(\log(x - \sin x))}{x^{\frac{6}{5}} + 10 + \sin x} dx$$

(e) $\int_0^1 (\arcsin x - x)^\alpha \sin^\beta(\pi x) \cos^\alpha\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

(1g) Taylorův rozvoj (1m) Im upravne odmocniny	(1c) substituice $y = \sqrt{x}$ (1d) $a \ln a = a^p$ (1f) začněte s bodem 0
---	---