

21. cvičení - Průběh funkce

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>, kuncova@karlin.mff.cuni.cz

1. Vyšetřete průběh funkce

(a) $f(x) = e^{\arctan \frac{1}{x^2-1}}$

(d) $f(x) = \frac{|1+x|}{\sqrt[3]{x}}$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - x^3}$

(e) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^3+1}}$

(c) $f(x) = \arccos \frac{2 \ln x}{1 + \ln^2 x}$

(f) $f(x) = \frac{1}{2} \arccos(1 - \ln^2 x)$

Bonus

2. Ukažte, že pro všechna $x \neq 0$ platí

$$\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} x.$$

3. Nechť f je funkce s definičním oborem D_f , pro který platí, že $-x \in D_f$ kdykoli $x \in D_f$. Nechť $a \in D_f$ a nechť existuje $f'_+(a)$. Pak existuje $f'_-(-a)$ a platí

$$f'_-(a) = \begin{cases} -f'_+(a), & f \text{ sudá} \\ f'_+(a), & f \text{ lichá.} \end{cases}$$

4. Dokažte Bernoulliho nerovnost (pomocí průběhu nějaké vhodné funkce): Nechť $\alpha \geq 1$, $x \in (-1, \infty)$. Pak

$$(1+x)^\alpha \geq 1 + \alpha x.$$