

5. cvičení - supremum

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>
kuncova@karlin.mff.cuni.cz

Teorie

Definice 1. Necht' $M \subset \mathbb{R}$. Číslo $s \in \mathbb{R}$ splňující

- $\forall x \in M: x \leq s$,
- $\forall s' \in \mathbb{R}, s' < s \exists x \in M: x > s'$,

nazýváme *supremem* množiny M .

Příklady

1. Najděte supremum, infimum, minimum a maximum následujících množin v \mathbb{R} :

- | | | |
|--|--|---|
| (a) \mathbb{N} | (e) $\{(-1)^n \sqrt{n}; n \in \mathbb{N}\}$ | (h) $\left\{ \frac{1 + (-1)^n}{2}; n \in \mathbb{N} \right\}$ |
| (b) $(0; 2]$ | (f) $\{\arctan x; x \in \mathbb{R}\}$ | (i) $\left\{ \cos \frac{n\pi}{2}; n \in \mathbb{N} \right\}$ |
| (c) $(0; 1) \cap \mathbb{Q}$ | (g) $\left\{ 1 - \frac{1}{n}; n \in \mathbb{N} \right\}$ | (j) $\{(-1)^n n; n \in \mathbb{N}\}$ |
| (d) $\{x \in \mathbb{Z}; x \geq -\sqrt{6}\}$ | | |

2. Uveďte příklad množiny, která má supremum, ale nemá maximum. Uveďte příklad množiny, která má infimum, ale nemá minimum.

3. Necht' $A, B \subset \mathbb{R}$. Co lze říci o supremu a infimu následujících množin ve vztahu k $\sup A$, $\sup B$ a $\inf A$, $\inf B$?

- | | |
|---------------------|---|
| (a) $A \cup B$ | (e) $-A = \{-a, a \in A\}$ |
| (b) $A \cap B$ | (f) $A + B = \{a + b, a \in A, b \in B\}$ |
| (c) $A \setminus B$ | (g) $A - B = \{a - b, a \in A, b \in B\}$ |
| (d) $A \Delta B$ | (h) $A \cdot B = \{a \cdot b, a \in A, b \in B\}$ |

Cyklometrické funkce

4. Spočtěte

- | | | | |
|--|-----------------|-------------------------|--|
| (a) $\arcsin \frac{1}{2}$ | (c) $\arccos 1$ | (e) $\arctan \sqrt{3}$ | (g) $\operatorname{arcctg} -1$ |
| (b) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ | (d) $\arccos 0$ | (f) $\arctan -\sqrt{3}$ | (h) $\operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$ |

5. Najděte všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která platí, že $\sin x = \frac{1}{2}$.

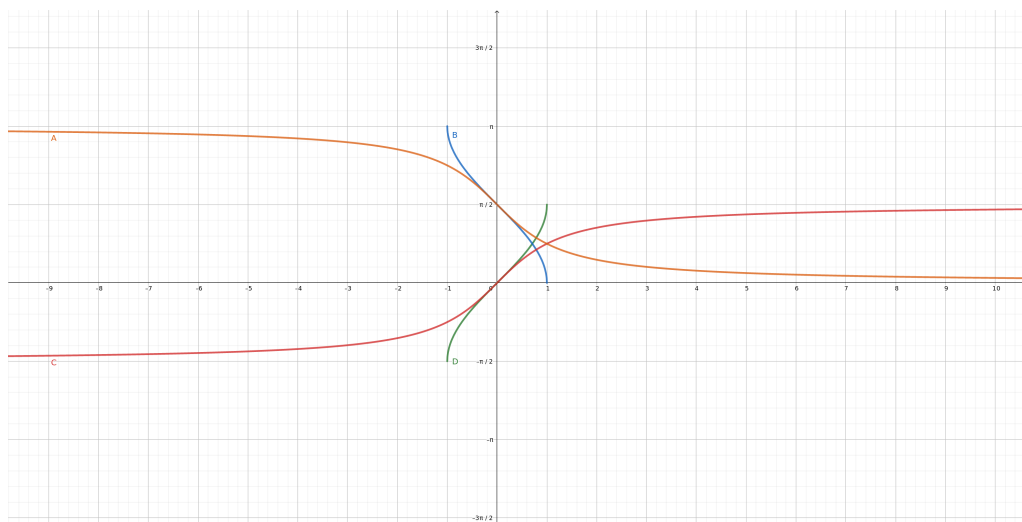
6. Najděte grafy

(a) $\arcsin x$

(c) $\arctan x$

(b) $\arccos x$

(d) $\operatorname{arccot} x$



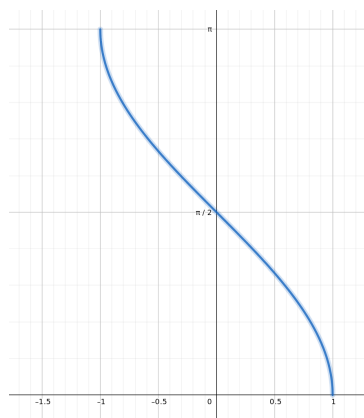
7. Který předpis patří k obrázku?

A $\arccos x$

B $|\arccos x|$

C $\frac{\pi}{2} - \arcsin x$

D $\pi - \arccos(-x)$



8. Najděte pravdivé výroky

ANO–NE $\arcsin(\sin \frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{6}$

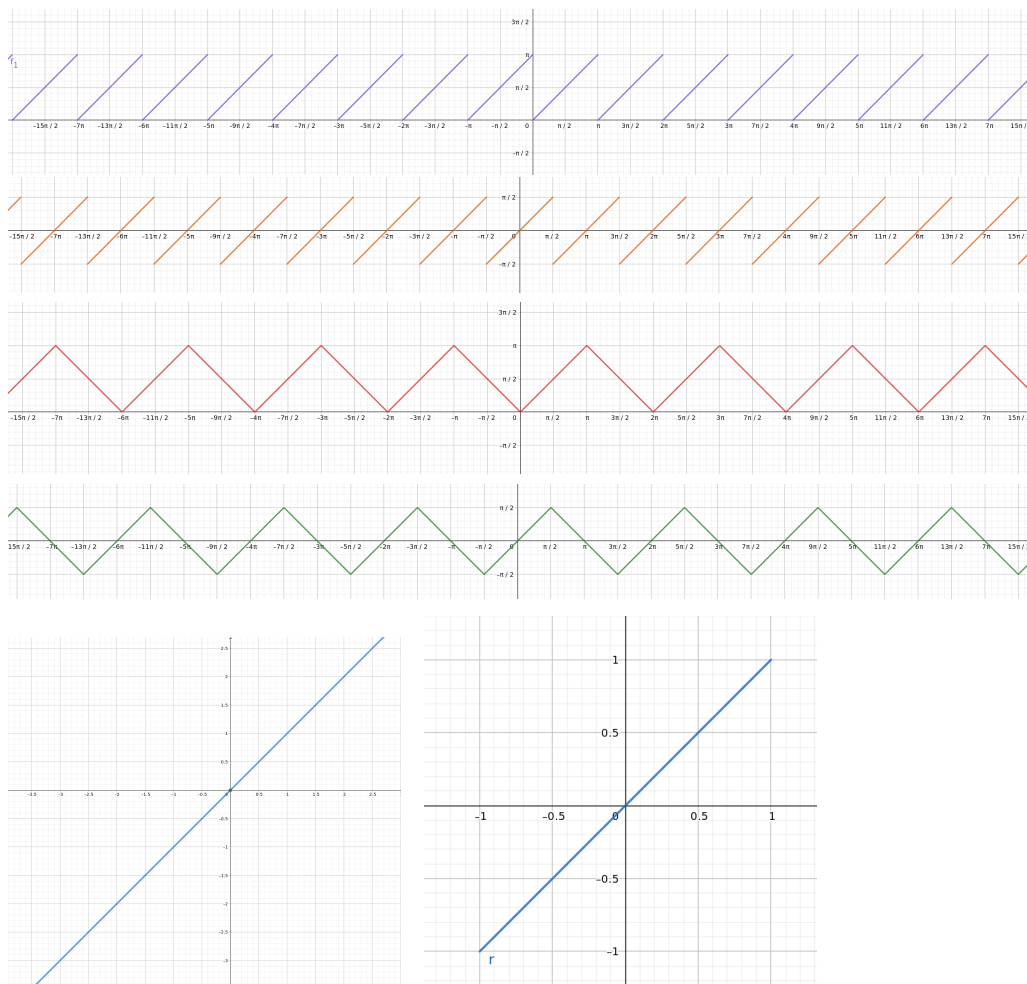
ANO–NE $\sin(\arcsin \frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{6}$

ANO–NE $\arcsin(\sin \frac{2\pi}{3}) = \frac{2\pi}{3}$

ANO–NE $\sin(\arcsin \frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3}$

9. Přřadte funkci správný graf

- (a) $\arcsin(\sin x)$ (c) $\arctan(\tan x)$ (e) $\sin(\arcsin x)$ (g) $\tan(\arctan x)$
 (b) $\arccos(\cos x)$ (d) $\text{arctg}(\cot x)$ (f) $\cos(\arccos x)$ (h) $\cot(\text{arctg } x)$



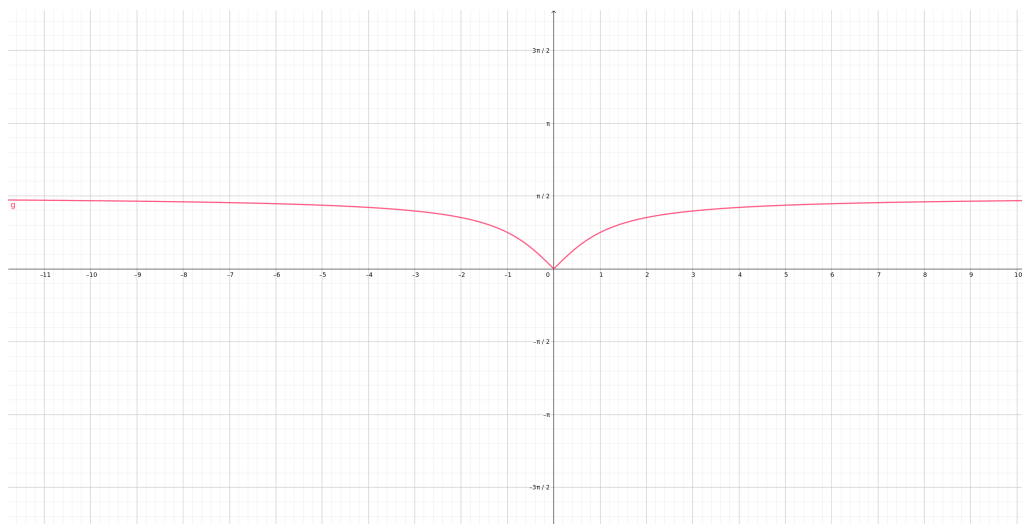
10. Najděte předpis

A $\arctan |x|$

C $|\arctan x|$

B $\arctan -|x|$

D $|\arctan(-x)|$



11. Načrtněte graf funkce $f(x) = |-\pi + 2\operatorname{arccot}(x - 3)|$