1. cvičení

http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/, kunck6am@natur.cuni.cz

Algoritmus

1. Zavedeme operátor derivace λ. Pak $\lambda u = u'$, $\lambda^2 u = u''$, $\lambda^2 u - \lambda u = u'' - u'$ atd...
2. Sestavíme matici $\mathbf{A}$ a vytvoříme $\lambda\mathbf{E} - \mathbf{A}$ (všechno převedeme na levou stranu).
3. Matici převedeme na trojúhelníkový tvar:
   (a) Můžeme prohazovat řádky.
   (b) Můžeme násobit řádky (nenulovým) číslem.
   (c) Můžeme k řádku přičíst $P(\lambda)$ násobek jiného řádku, kde $P(\lambda)$ je polynom.
   (d) **Nemůžeme** násobit řádek polynomem λ - zvýšil by se řád soustavy.
   (e) **Nemůžeme** dělit řádky polynomem λ.
4. Přepíšeme zpátky na tvar s derivacemi a vyřešíme.
5. Případně dořešíme podmínky.

Hinty

$$\int e^x \cos(ax)\,\mathrm{d}x = \frac{ae^x \sin(ax)}{a^2+1} + \frac{e^x \cos(ax)}{a^2+1} + c$$

$$\int e^x \sin(bx)\,\mathrm{d}x = -\frac{be^x \cos(bx)}{b^2+1} + \frac{e^x \sin(bx)}{b^2+1} + c$$

Příklady

1. (a)
$$\begin{aligned} u' &= 2u - 4v \\ v' &= u - 3v \end{aligned}$$
$u(0) = 0$, $v(0) = -1$

(b)
$$\begin{aligned} u' &= u - 4v \\ v' &= 2u - 3v \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} u' &= -7u + 9v \\ v' &= -u - v \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} u' &= 2u - 4v \\ v' &= u - 2v \end{aligned}$$

(e)
$$\begin{aligned} u' &= v \\ v' &= -u \end{aligned}$$

(f)
$$\begin{aligned} u' &= 2u - 3v \\ v' &= u - 2v \end{aligned}$$

(g)
$$\begin{aligned} u' &= 2u + v - w \\ v' &= 7u + 4v - w \\ w' &= 13u + 7v - 3w \end{aligned}$$

2. Zkouškové příklady

(a)

$$\boldsymbol{y}' = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -4 \\ 4 & -2 & -3 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\boldsymbol{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

(c)

$$\boldsymbol{y}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(d)

$$\boldsymbol{y}' = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

(e)

$$\boldsymbol{y}' = \begin{pmatrix} 9 & -10 & -4 \\ 4 & -5 & 1 \\ 10 & -10 & -5 \end{pmatrix}$$