

Bonusové cvičení

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>
kytaristka@gmail.com

Příklady

1. $f(x, y) = \min\{x^2 + y^2, x + y + 1\}$
 - (a) Určete definiční obor, zakreslete ho.
 - (b) Najděte parciální derivace 1. řádu podle všech proměnných v bezproblémových bodech
 - (c) Napište rovnici tečny v bodě $[0, 1]$
 - (d) Najděte parciální derivace v problémových bodech
2. Nalezněte maximum a minimum funkce f (pokud existují) na množině M :

$$f(x, y) = \arctan x + \arctan y,$$

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

- (a) Zakreslete M .
 - (b) Je f spojitá? Je množina M omezená a uzavřená (a tedy kompaktní)? Co z toho plyne?
 - (c) Jsou podezřelé body uvnitř M ? (Hledejte nulový gradient).
 - (d) Jaké jsou podezřelé body na hranici M ? Rozdělte hranici na 3 části a hledejte podezřelé body. (Buď nápadem, dosazením nebo Lagrangeovými multiplikátory.)
 - (e) Nezapomeňte na hraniční body hranice.
 - (f) Porovnejte hodnoty.
3. Ukažte, že rovnice

$$\ln(x + \arctan y + 1) + xy = 0$$

určuje v jistém okolí bodu $[0, 0]$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtete první a druhou derivaci této funkce v bodě 0.

- (a) Jaké jsou podmínky Věty o implicitní funkci?
- (b) Napište y jako $y(x)$ a derivujte rovnici podle x . Nezapomeňte na složenou funkci.