22. cvičení

http://www.mff.cuni.cz/~kuncova/
kytaristka@gmail.com

Teorie

Definice 1. Nechť f je reálná funkce a $a \in \mathbb{R}$. Jestliže existuje

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h},$$

pak tuto limitu nazýváme *derivací* funkce f v bodě a. Značíme

$$f'(a) := \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

Věta 2. Nechť reálná funkce f je spojitá zprava v bodě $a \in \mathbb{R}$ a existuje $\lim_{x \to a_+} f'(x)$. Pak existuje $f'_+(a)$ a platí

$$f'_+(a) = \lim_{x \to a_+} f'(x).$$

Levá strana analogicky.

Příklady

Vypočtěte derivace (i jednostranné) následujících funkcí

1. $f(x) = |\sin^3 x|$
2. $f(x) = \arccos \frac{1}{|x|}$
3. $f(x) = [x] \sin^2(\pi x)$
4. $f(x) = \max\{\min\{\cos x, \frac{1}{2}\}, -\frac{1}{2}\}$
5. $$f(x) = \begin{cases} x, & x \in (-\infty, 0] \\ \ln(1+x), & [0, \infty) \end{cases}$$
6. $$f(x) = \begin{cases} \arctan x, & |x| \leq 1 \\ \frac{\pi}{4}\mathrm{sign} x + \frac{x-1}{2}, & |x| > 1 \end{cases}$$
7. $f(x) = \arcsin(\sin x)$