

5. cvičení

<http://www.mff.cuni.cz/~kuncova/>
kytaristka@gmail.com

Teorie

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$\operatorname{arcsinh} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$$

$$\operatorname{arccosh} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 - 1} \right)$$

$$\operatorname{arctanh} x = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$$

Příklady

1. Ukažte, že

(a) $\cosh x + \sinh x = e^x$

(b) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ (užijte vzorce
 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$)

(c) $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$

(d) $\sinh 2x = 2\sinh x \cosh x$

(e) $\cosh x$ je sudá funkce ($\cosh(-x) = \cosh(x)$)

(f) $\sinh x$ je lichá funkce ($\sinh(-x) = -\sinh(x)$)

2. Řešte rovnice s neznámou x

(a) $\sinh x = \frac{3}{4}$

(b) $\cosh x = \frac{13}{5}$

(c) $2\cosh 2x + 10\sinh 2x = 5$

(d) $4\cosh x + \sinh x = 4$

3. Víte-li, že $\sinh x = \frac{5}{12}$, určete

(a) $\cosh x$

(b) $\coth x$

(c) $\tanh x$

(d) $\sinh 2x$

(e) $\cosh 2x$

4. Ukažte, že $\operatorname{arcsinh} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$.