MA 2, LS, 2015/16

UKÁZKOVÉ PŘÍKLADY PRO 1.TEST

Určete následující limity:

1)
$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\mathrm{tg}^2 x}\right),$$

2)
$$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}}\left(\mathrm{tg}\, x+\frac{1}{x-\frac{\pi}{2}}\right),$$

3)
$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{2}{\pi}\arccos x\right)^{\mathrm{cotg}\, x},$$

4)
$$\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{cotg}\, x-\frac{1}{x}+\frac{x}{3}}{x^3},$$

5)
$$\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}\, x-x-\frac{x^3}{3}}{x^5},$$

6)
$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x-\sin x}{\mathrm{arctg}\, x-\mathrm{tg}\, x}.$$

7) Určete $T^{\mathrm{cotg}}_{3,\frac{\pi}{2}}$.

8) Určete poloměr konvergence R mocninné řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(z-z_0)^n$ (kde $z, z_0 \in \mathbb{C}$, $a_n \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}_0$) a vyšetřete konvergenci dané řady v bodech z_0+R, z_0-R, je-li:
(i) $a_n=\frac{3^n+(-2)^n}{n}$, $\quad z_0=-1$;
(ii) $a_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$, $\quad z_0=0$;
(iii) $a_n=\frac{1}{a^{\sqrt{n}}}$, $\quad z_0=0$, $\quad a\in(0,\infty)$.

9) Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci řady
$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\mathrm{arctg}\,\frac{1}{n}\right)\left(\mathrm{arctg}\,(2-\frac{1}{n})\right)\, i^{\,n}\,(z-i)^n$, kde $z\in\mathbb{C}$.

10) Rozviňte funkce $f(z)=\frac{1}{1-z}$, $g(z)=\frac{1}{(1-z)^2}$ a $h(z)=\frac{z}{(1-z)^2}$ v mocninné řady se středem v bodě z_0, kde
a) $z_0=0$,
b) $z_0=-1$,
c) $z_0=i$
a stanovte poloměr konvergence těchto řad.