

Bonusové cvičení

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>
kytaristka@gmail.com

Příklady

Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci, $a \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$.

1. (a) Konverguje $\int_0^\infty \frac{\sin y}{y} dy$? (b) $\int_{-\infty}^\infty \sin e^x dx$

2. (a) $\int_{\frac{2}{\pi}}^\infty (\sin y) \frac{\arctan \frac{1}{y}}{\frac{1}{y}} \frac{1}{y^2} dx$ (c) $\int_{\frac{\pi}{2}}^\infty \left(\sin \frac{1}{x}\right) \frac{\arctan x}{x} dx$
(b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin \frac{1}{x}\right) \frac{\arctan x}{x} dx$ (d) $\int_0^\infty \left(\sin \frac{1}{x}\right) \frac{\arctan x}{x} dx$

3. (a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x \sin 2x}{x^\alpha} dx$ (d) $\int_{\frac{\pi}{4}}^\infty \frac{\cos x - \cos 3x}{2x^\alpha} dx$
(b) $\int_{\frac{\pi}{4}}^\infty \frac{\cos x}{2x^\alpha} dx$ (e) $\int_{\frac{\pi}{4}}^\infty \frac{\sin x \sin 2x}{2x^\alpha} dx$
(c) $\int_{\frac{\pi}{4}}^\infty \frac{\cos 3x}{2x^\alpha} dx$ (f) Použijte BC podmínku k vyloučení neabsolutní konvergence pro $0 < \alpha \leq 1$.

4. (a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin t}{t^{1-1/\alpha}} dt$ (c) $\int_0^\infty \frac{\sin t}{t^{1-1/\alpha}} dt$
(b) $\int_{\frac{\pi}{2}}^\infty \frac{\sin t}{t^{1-1/\alpha}} dt$ (d) $\int_0^\infty \sin x^\alpha dx$

5. (a) $\int_{42}^\infty \frac{\ln x}{\cos x} dx$
(b) $\int_{42}^\infty \frac{x^2}{x^2+1} \frac{\ln x}{\cos x} dx$
(c) Ukažte, že $z/\sin z$ je monotónní (pro $z \rightarrow 0$).
(d) Ukažte, že $(\arcsin y)/y$ je monotónní (pro $y \rightarrow 0$).
(e) Ukažte, že $x/(x^2+1)$ je monotónní (pro $x \rightarrow \infty$).
(f) $\int_{42}^\infty \frac{\arcsin \frac{x}{x^2+1}}{\frac{x}{x^2+1}} \frac{x^2}{x^2+1} \frac{\ln x}{x} \cos x dx$
(g) $\int_0^\infty \arcsin \frac{x}{x^2+1} \ln x \cos x dx$

6. (a) $\int_1^\infty \frac{x^a}{e^{x^2} - 1} \sin \frac{1}{x^2} dx$ (LSK s e^{-x}) (c) $\int_0^1 x^{a-2} \sin \frac{1}{x^2} dx$
(b) $\int_0^1 \frac{\sin t}{t^{(a+1)/2}} dt$ (d) $\int_0^1 \frac{x^2}{e^{x^2} - 1} x^{a-2} \sin \frac{1}{x^2} dx$