

### 13. cvičení

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>, kytaristka@gmail.com

#### Příklady

1. Spočtěte objem tělesa určeného vztahy

$$M := \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 16; x^2 + y^2 \leq 4y\}$$

Vivianiho okénko, cylindrické

- 2.

$$\int_M \sqrt{x^2 + y^2} dA$$

kde  $M := \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$

paraboloid

- 3.

$$\int_M x^2 + y^2 + z^2 dA$$

kde  $M := \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 2az, x^2 + y^2 \leq 3z^2\}$

kužel, sférické

4. Spočtěte míru množiny  $M$  kde  $M := \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; -1 < x < 1, z > 0, y^2 + z^2 \leq 1\}$

položený válec

- 5.

$$\int_M z dA$$

kde  $M := \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; 0 \leq z \leq 4 - 2\sqrt{x^2 + y^2}\}$

kužel na podlaze

6. Spočtěte objem tělesa určeného vztahy kde  $M := \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 \leq z^2, 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$

muffin, sférické

7. Spočtěte objem tělesa určeného vztahy  $M := \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 6 - (x^2 + y^2)\}$

kornout se zmrzlinou

1. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného asteroidou  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ ,  $a > 0$ .
2. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkou  $x^3 + y^3 = 3axy$ ,  $a > 0$ .
3. Určete objem tělesa ohraničeného plochami  $z = x^2 + y^2 + 4$ ,  $x - y = 2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .
4. Určete objem tělesa ohraničeného plochami  $z = 2(x^2 + y^2)$ ,  $z^2 = 16(x^2 + y^2)$ .
5. Určete objem tělesa ohraničeného plochami  $(z - 2)^2 = x^2/3 + y^2/2$ ,  $z = 0$ .
6. Určete objem tělesa ohraničeného plochami  $x^2 + y^2 = x + y$ ,  $z = x + y$ ,  $z = 0$ .