2. cvičení

http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/
kytaristka@gmail.com

Teorie

Věta 1 (limitní srovnávací kritérium)**.** Nechť $-\infty < a < b \leq \infty$ a nechť $a < b$. Nechť f, g jsou spojité a nechť g je kladná na $[a, b)$.

1. Jestliže $\lim_{x\to b-} \frac{f(x)}{g(x)}$ je vlastní a $\int_a^b g$ konverguje, pak také $\int_a^b f$ konverguje.
2. Jestliže $\lim_{x\to b-} \frac{f(x)}{g(x)}$ je vlastní a nenulová, pak $\int_a^b f$ konverguje právě tehdy, když $\int_a^b g$ konverguje.
3. Jestliže $\lim_{x\to b-} \frac{f(x)}{g(x)}$ je nevlastní a $\int_a^b g$ diverguje, pak také $\int_a^b f$ diverguje.

Příklady

Vyšetřete **absolutní** konvergenci integrálů:

1. Pro $\alpha > 0$ substituujte $y = x^\alpha$
$$\int_1^\infty \sin(x^\alpha)\,\mathrm{d}x$$
2. $$\int_0^\infty \frac{|\ln x|^\alpha}{1+x^k}\,\mathrm{d}x$$
3. $$\int_0^\infty e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$$
4. Vyšetřete body 0, 1, ∞, u nekonečna srovnávejte s $\int_2^\infty x^a e^{bx}$
$$\int_0^\infty x^{s-1}(\ln x)^k e^{-x}\,\mathrm{d}x$$
5. $$\int_0^\infty \frac{\sin x^2}{\sqrt{1+x^3}}\,\mathrm{d}x$$
6. $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{tg}^{\,\alpha} x\,\mathrm{d}x$$
7. Převeďte na $\int \frac{\sin y}{y^r}$
$$\int_0^1 \frac{\sin x^p}{x^q}\,\mathrm{d}x$$