4. cvičení

http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/
kytaristka@gmail.com

Teorie

Věta 1 (Vlastnosti o)**.** Nechť $a \in \mathbb{R}^*$.

(a) Jestliže $f_1(x) = o(g(x)),\ x \to a,$ a $f_2(x) = o(g(x)),\ x \to a$, pak

$$(f_1 + f_2)(x) = o(g(x)),\ x \to a.$$

(b) Jestliže $f_1(x) = o(g_1(x)),\ x \to a,$ a $f_2(x) = o(g_2(x)),\ x \to a$, pak

$$(f_1 \cdot f_2)(x) = o((g_1 \cdot g_2)(x)),\ x \to a.$$

(c) Jestliže $f(x) = o(g_1(x)),\ x \to a,$ a $\lim_{x \to a} \frac{g_1(x)}{g_2(x)} \in \mathbb{R}$, pak

$$f(x) = o(g_2(x)),\ x \to a.$$

Příklady

Vyšetřete **absolutní** konvergenci následujících řad pomocí Taylorova rozvoje

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(n^{\frac{1}{n^2+1}} - 1\right)$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\frac{1}{n} - \arcsin\frac{1}{n}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \log_{b^n}\left(1 + \frac{\sqrt[n]{a}}{n}\right),$$

$a, b > 0,\ b \neq 1.$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin\frac{1}{n} - \frac{1}{n}\right)\frac{1}{n^{\alpha}}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{1})^p \ln\frac{n-1}{n+1}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\frac{1}{n^{\alpha}} - \ln\left(\sin\frac{1}{n^{\alpha}}\right)$$

7.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right)^p$$

8.
$$\sum_{n=1}^{\infty} 2\mathrm{tg}\left(\frac{1}{n^{1/5}}\right) - \sin\left(\frac{1}{n^{1/5}}\right) - \frac{1}{n^{3/5}}$$