

23. cvičení

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>
kytaristka@gmail.com

Teorie

Věta 1 (l'Hospitalovo pravidlo). Necht' $a \in \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$, f, g jsou reálné funkce a existuje $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. Jestliže navíc platí

- (a) $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+} g(x) = 0$, nebo
(b) $\lim_{x \rightarrow a+} |g(x)| = \infty$,

potom

$$\lim_{x \rightarrow a+} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a+} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Příklady

1. Spočítejte následující limity

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x - \sin x}$$

Řešení: Vanžura 4.60

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2\arcsin x}{x^3}$$

Řešení: Vanžura 4.64

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 0+} x^x$$

Řešení: Vanžura 4.75

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 0+} (\cotg x)^{\sin x}$$

Řešení: Vanžura 4.78

(e)

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \ln x \cdot \ln(1-x)$$

Řešení: Vanžura 4.74

(f)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$$

Řešení: Vanžura 4.80

(g) Nejprve upravte, pak LH

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cotg x - 1}{x^2}$$

Řešení: Vanžura 4.62

(h)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cotg x - \frac{1}{x}$$

Řešení: Vanžura 4.83

(i)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^x}{e} \right)^{\frac{1}{x}}$$

Řešení: Vanžura 4.88

(j)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x\sqrt{x}} \left(\sqrt{a} \arctan \sqrt{\frac{x}{a}} - \sqrt{b} \arctan \sqrt{\frac{x}{b}} \right),$$

$a, b > 0$ **Řešení:** Vanžura 4.65