10. cvičení

27. 4. 2010

Teorie

1 Některé substituce

1.0.1 Typ $\int R(\sin t, \cos t)\, dt$

- vždy lze užít substituci $\tan \frac{t}{2} = x$
- je-li $R(a, -b) = -R(a, b)$, lze užít substituci $\sin t = x$
- je-li $R(-a, b) = -R(a, b)$, lze užít substituci $\cos t = x$
- je-li $R(-a, -b) = R(a, b)$, lze užít substituci $\tan t = x$

1.0.2 Typ $\int R(t, (\frac{at+b}{ct+f})^{1/q})\, dt$

$q \in \mathbb{N}$, $q > 1$, $a, b, c, f \in \mathbb{R}$, $af \neq bc$

- substituce $(\frac{at+b}{ct+f})^{1/q} = x$

1.0.3 Typ $\int R(t, \sqrt{at^2 + bt + c})\, dt$, $a \neq 0$

- $at^2 + bt + c$ má dvojnásobný kořen $\alpha \in \mathbb{R}$:
  $\sqrt{at^2 + bt + c} = \sqrt{a}|t - \alpha|$, pro $a > 0$
- $at^2 + bt + c$ má dva reálné kořeny $\alpha_1 < \alpha_2$: $\sqrt{at^2 + bt + c} = |t - \alpha_1|\sqrt{a\frac{t-\alpha_2}{t-\alpha_1}}$
- $at^2 + bt + c$ nemá reálné kořeny: pak $a > 0$, $c > 0$, a lze užít některou z *Eulerových substitucí*
  $\sqrt{at^2 + bt + c} = \pm\sqrt{a}t + x$ nebo $\sqrt{at^2 + bt + c} = tx + \sqrt{c}$

Příklady

Hint

Příklady

1.
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{1+\sin x}$$

2.
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{2-\sin x}$$

3.
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\cos x \sin^2 x}$$

4.
$$\int \frac{\sin^2 x}{1+\sin^2 x}\mathrm{d}x$$

5.
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{1+\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$$

6.
$$\int \frac{x-1}{x(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2})}\mathrm{d}x$$

7.
$$\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\frac{1}{x}\mathrm{d}x$$

8.
$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2x+4}}\mathrm{d}x$$

Domácí úlohy