

# 10.cvičení

3.12.2009

## Teorie

**Věta 1** (O limitě složené funkce). Necht'  $a \in \mathbb{R}^*$  a necht' funkce  $f$  a  $g$  splňují

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = A \in \mathbb{R}^*, \quad \lim_{y \rightarrow A} f(y) = B \in \mathbb{R}^*.$$

Je-li navíc splněna alespoň jedna z podmínek

(P1)  $f$  je spojitá v  $A$ ;

(P2)  $\exists \delta > 0 \quad \forall x \in \mathcal{P}^\delta(a) : g(x) \neq A$ ;

pak  $\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = B$ .

### Limity:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x} = 1$$

### Hinty:

$$a^b = e^{b \ln a}$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sqrt[2]{x} = x^{1/2}$$

## Příklady

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cot 3x$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^3 x}$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\cos a}}{x - a} \quad \cos a \neq 0$$

5.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}$$

6.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$$

7.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \arcsin \frac{1 - x}{1 + x}$$

8.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(x - 2)}{x - 2}$$

9.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\arcsin x}}{\tan x}$$

10.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x$$

11.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{1 - 2x}$$

12.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$$