

Matematika pro ekonomy
Domáci úkol 17

Extrémy funkcí více proměnných – dosazovací metoda

Vyšetřete extrémy dané funkce na dané množině M . (Pozn.: označení např. $\langle 0, 1 \rangle \times \langle -1, 2 \rangle$ znamená obdélník $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \in \langle 0, 1 \rangle, y \in \langle -1, 2 \rangle\}$, dále např. čtverec $\langle -1, 1 \rangle^2 = \langle -1, 1 \rangle \times \langle -1, 1 \rangle$ apod.)

Množinu M nakreslete a vyznačte v ní všechny kandidáty.

	$f(x, y)$	M
1.	$x - y - x^2y^3$	$\langle 0, 1 \rangle \times \langle -1, 2 \rangle$
2.	$xy^2 - 2xy - 3x^2 + x - y$	$\langle 0, 2 \rangle \times \langle 0, 3 \rangle$
3.	$x^2 - y^2 + \ln(1 + x^2 + y^2)$	$\langle -1, 1 \rangle^2$
4.	$x^3 - y^3 - 2x + 3y$	trojúhelník s vrcholy $(0, 0), (1, 0), (0, 2)$
5.	$xy(x - y - 2)$	trojúhelník s vrcholy $(-1, 1), (0, -2), (2, 0)$
6.	$y - x$	$\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; -4 \leq x \leq 2; \frac{1}{2}x^2 - 2 \leq y \leq 2 - x\}$
7.	$4x + y$	$\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 20 - x^2\}$
8.	$2x - y$	$\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 - 10x + 25 \leq y \leq -x^2 + 10x + 25\}$
9.	$x^2 - y$	$\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 21 - 3x \leq y \leq -x^2 + 4x + 21\}$
10.	$3x - y$	$\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 - 1 \leq y \leq 0\}$
11.	$4x + y - 2$	$\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 6; 0 \leq y \leq -x^2 + 6x + 7\}$

Řešení:

	min	max
1.	$f(1, 2) = -9$	$f(1, -1) = 3$
2.	$f(2, \frac{5}{4}) = -\frac{105}{8}$	$f(\frac{1}{6}, 0) = \frac{1}{12}$
3.	$f(0, \pm 1) = \ln 2 - 1 = -0,307\dots$	$f(\pm 1, 0) = \ln 2 + 1 = 1,693\dots$
4.	$f(0, 2) = -2$	$f(0, 1) = 2$
5.	$f(\frac{2}{3}, \frac{4}{9}) = f(-\frac{4}{9}, -\frac{2}{3}) = -\frac{128}{243}$	$f(-1, 1) = 4$
6.	$f(1, -3/2) = \frac{9}{2}$	$f(-4, 6) = 10$
7.	$f(0, 0) = 0$	$f(2, 16) = 24$
8.	$f(4, 49) = -41$	$f(6, 1) = 11$
9.	$f(1, 24) = -23$	$f(7, 0) = 49$
10.	$f(-1, 0) = -3$	$f(1, 0) = 3$
11.	$f(0, 0) = -2$	$f(5, 12) = 30$