Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 18
Funkce více proměnných – hledání extrémů na složitějších množinách

Vyšetřete extrémy dané funkce na dané množině $M \subset \mathbb{R}^2$.

	$f(x,y)$	M
1.	$6x-3y$	*plocha zadaná vztahy* $x \in \langle -2,2 \rangle, x^2-4 \le y \le 0$
2.	$x-y$	*plocha zadaná vztahy* $x \in \langle 0,2 \rangle, 0 \le y \le e^{x-1}$
3.	$2x-2y+3$	*kruh* $x^2+y^2 \le 2$
4.	$2x+y-5$	*kruh* $x^2+y^2 \le 5$
5.	$3x-y+1$	*kruh* $x^2+y^2 \le 10$
6.	$(x^2+y^2+1)(x^2-y^2-1)$	*kruh* $x^2+y^2 \le 1$
7.	$\frac{xy}{x^2+y^2-9}$	*kruh* $x^2+y^2 \le 4$
8.	$x-2y$	*množ. zadaná rovnicí* $13x^2-10xy+13y^2=72$
9.	$3x+2y$	*půlkruh zadaný vztahy* $x^2+y^2 \le 13, y \ge 0$
10.	$7x+y$	*kruhová výseč zadaná vztahy* $x^2+y^2 \le 50, y \ge 0, x \ge y$

Vyšetřete extrémy dané funkce na dané množině $M \subset \mathbb{R}^3$.

	$f(x,y,z)$	M
11.	$x^3-4y^3-z^3$	*množ. zadaná rovnicí* $x^2+2y^2+z^2=1$
12.	$x-2y+3z$	*množ. zadaná rovnicemi* $x^2+y^2=1, x^2+y^2+z^2=2$
13.	$x+y-2z$	*množ. zadaná rovnicemi* $x^2+y^2=1, x^2+z^2=1$

Řešení:

Na úlohy 1 a 2 stačí dosazovací metoda, na ostatní je třeba užít Lagrangeovy multiplikátory, případně metodu jacobiánu.

	min	*max*
1.	$f(-2,0)=-12$	$f(1,-3)=15$
2.	$f(2,e)=2-e$	$f(2,0)=2$
3.	$f(-1,1)=-1$	$f(1,-1)=7$
4.	$f(-2,-1)=-10$	$f(2,1)=0$
5.	$f(-3,1)=-9$	$f(3,-1)=11$
6.	$f(0,\pm 1)=-4$	$f(\pm 1,0)=0$
7.	$f(\pm\sqrt{2},\pm\sqrt{2})=-\frac{2}{5}$	$f(\pm\sqrt{2},\mp\sqrt{2})=\frac{2}{5}$
8.	$f(-\frac{1}{\sqrt{10}},\frac{7}{\sqrt{10}})=-\frac{3}{2}\sqrt{10}$	$f(\frac{1}{\sqrt{10}},-\frac{7}{\sqrt{10}})=\frac{3}{2}\sqrt{10}$
9.	$f(-\sqrt{13},0)=-3\sqrt{13}$	$f(3,2)=13$
10.	$f(0,0)=0$	$f(7,1)=50$
11.	$f(0,\frac{\sqrt{2}}{2},0)=-\sqrt{2}$	$f(0,-\frac{\sqrt{2}}{2},0)=\sqrt{2}$
12.	$f(-\frac{1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}},-1)=-\sqrt{5}-3$	$f(\frac{1}{\sqrt{5}},-\frac{2}{\sqrt{5}},1)=\sqrt{5}+3$
13.	$f(-\frac{1}{\sqrt{10}},-\frac{3}{\sqrt{10}},\frac{3}{\sqrt{10}})=-\sqrt{10}$	$f(\frac{1}{\sqrt{10}},\frac{3}{\sqrt{10}},-\frac{3}{\sqrt{10}})=\sqrt{10}$