

Matematika pro ekonomy

Domácí úkol 14

Limity posloupností, úlohy s tečnami, průběhy funkcí

Jde o první průběžný test v letním semestru 2012. Obsahoval tři úlohy (1–3), byly zadány tři varianty (A–C).

1. Určete limitu posloupnosti:

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+2n+3}}{1-n}$

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^3+n^3}{(n+5)(n-1)}$

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2)^2-(3-n)^2}{(n+1)^2-n^2}$

2. Parabola je zadána jako graf funkce $f(x)$. Určete body $x \in \mathbb{R}$, v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = ax + b$ se směrnicí a . V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu b a napište rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto parabolu s vyznačenými průsečíky s osami, vrcholem a se zadanou tečnou.

A. $f(x) = x^2 - 7x + 10, a = -1$

B. $f(x) = -x^2 + x + 12, a = -1$

C. $f(x) = 2x^2 - 4x - 6, a = 4$

3. Vyšetřete průběh funkce $f(x)$, tj. najděte její definiční obor, sudost/lichost, průsečíky s osami, případně jiné význačné hodnoty, limity v krajních bodech D_f , lokální a globální extrém, intervaly monotonie, asymptoty, oblasti konvexity/konkavity včetně inflexních bodů, nakreslete graf funkce.

A. $f(x) = \frac{5+4x-x^2}{x+3}$

B. $f(x) = \frac{x^2}{2x-8} + 1$

C. $f(x) = \frac{9-x^2}{2x-10}$

Řešení:

1. **A.** -1. **B.** 3. **C.** 1.

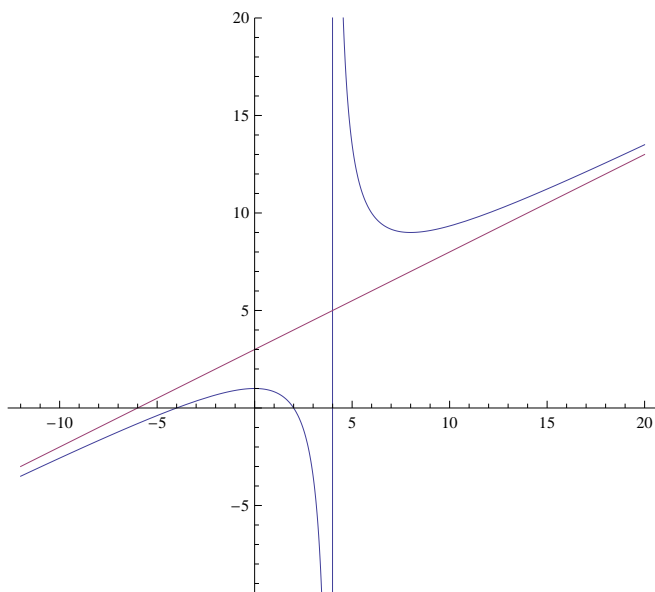
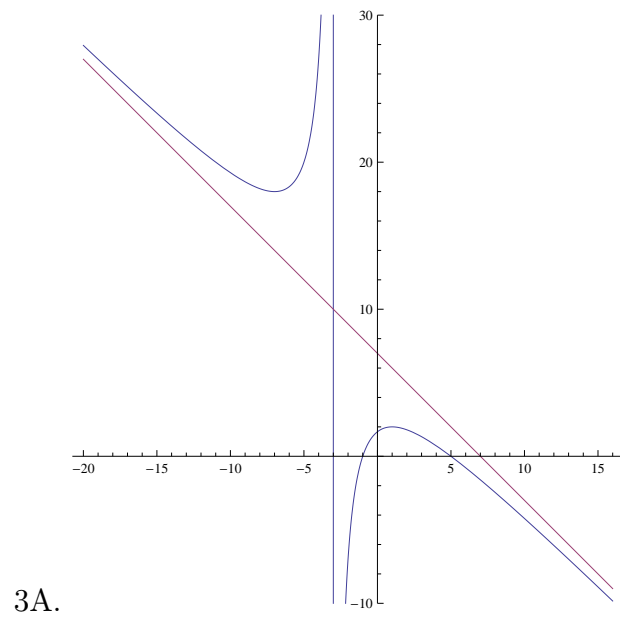
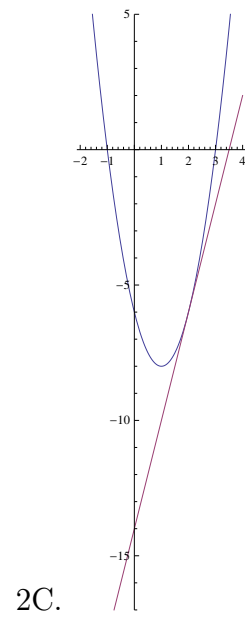
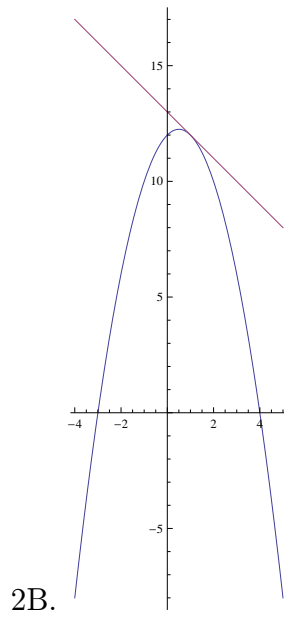
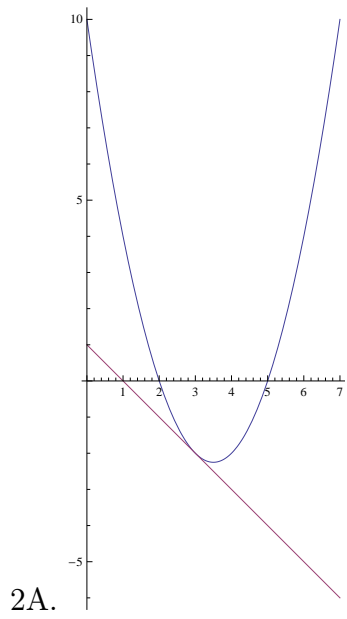
2. **A.** vrchol $[7/2, -9/4]$, tečna v bodě $x = 3, y = -x + 1$. **B.** vrchol $[1/2, 49/4]$, tečna v bodě $x = 1, y = -x + 13$. **C.** vrchol $[1, -8]$, tečna v bodě $x = 2, y = 4x - 14$. Obrázky jsou níže.

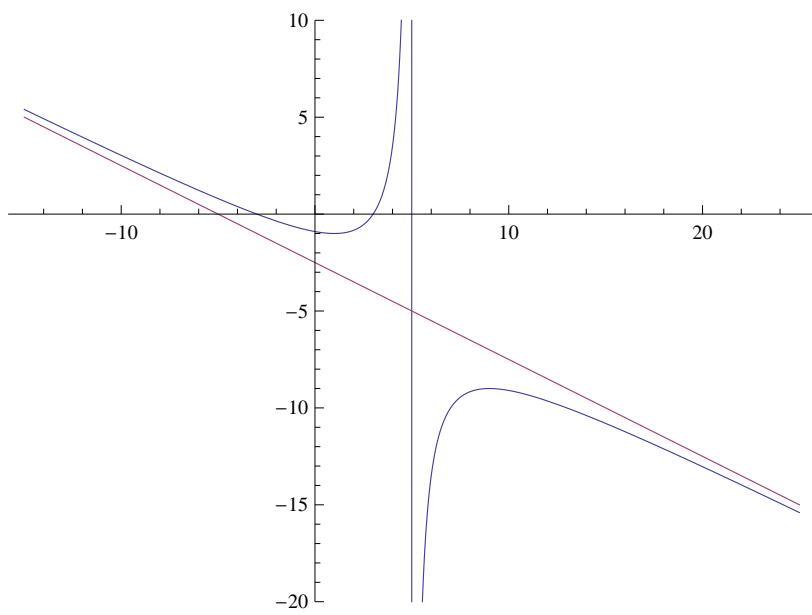
3. Jsou vypsány pouze údaje, které nejsou zřejmé z obrázků níže.

A. lokmin $[-7, 18]$, lokmax $[1, 2]$, asymptota $y = -x + 7$.

B. lokmin $[8, 9]$, lokmax $[0, 1]$, asymptota $y = \frac{x}{2} + 3$.

C. lokmin $[1, -1]$, lokmax $[9, -9]$, asymptota $y = \frac{-x-5}{2}$.





3C.