

Neeuklidovská geometrie I, II – stručný souhrn znalostí ke zkoušce, verze 2018

Soustředte se na výsledky, na konstrukce, na geometrickou představu, výpočty není nutné znát. Ze vzorců je třeba znát Laguerrov vzorec a analogický vzorec pro zavedení hyperbolické vzdálenosti.

Úvodní část

Nutné jsou implicitní znalosti lineární algebry a geometrie v rozsahu nutném k další látce, tj. zejména bilineární a kvadratické formy, matice a determinanty, projektivní prostory, dvojpoměr, homogenní souřadnice, kvadriky (tj. nebude výslovně zkoušeno, ale kdo to neumí, nepohne se dál). Dále je třeba mít obecný přehled o problematice axiomatiky geometrie a zejména zádrhelích okolo pátého axiomu – znát některé ekvivalentní věty a historické omyly, též jména a přínos podstatných matematiků a přibližnou dataci podstatných událostí (Euklides, Saccheri, Lobačevski, F. a J. Bolyai, Gauss).

Neeuklidovská geometrie obecně a v dimenzi 1 (1. semestr)

Izotropické body v eukl. rovině. Idea zavedení geometrie jako prostoru s kvadrikou invariantní vůči grupě pohybů. Laguerrov vzorec (pro úhel eukl. přímk). Kleinova klasifikace geometrií (v obecné dimenzi) podle typu kvadriky. Zavedení míry (vzdálenosti, úhlu) pomocí dvojpoměru. Hyperbolická přímka: volba konstanty, omezení z ní plynoucí a další důsledky (tj. jak vypadá hyperb. přímka, co jsou absolutní body, jak je tomu s měřením vzdáleností). Význam konstanty k (co se děje v limitních případech). Konstrukce na hyperb. přímce: přenést danou vzdálenost, rozpůlit danou úsečku. Eliptická přímka: volba konstanty, důsledky. Parabolická přímka: co to vlastně je? Rozdíl mezi parab. geom. a ostatními: absolutní jednotka míry.

Neeuklidovská geometrie v dimenzi 2 (2. semestr)

Hyperbolická rovina (Beltramiho-Kleinův model): volby konstanty k a omezení z ní plynoucí (co to je absolutní kuželosečka, jak se měří vzdálenosti). Vzájemné polohy dvou přímek, kolmost, existence společných kolmic. Konstrukce kolmice v BK modelu. Úhel rovnoběžnosti (oč v zásadě jde, netřeba znát přesně vzorec). Jak vypadá trojúhelník vč. asymptotických případů. Čtyřúhelník: „grafický důkaz“ hypotézy ostrého úhlu. Kružnice: „klasická“ definice cyklu, svazek soustředných cyklů a jeho společná polára. Věta o kolmosti kružnice na poloměry, obecná definice kružnice. Tři druhy kružnic a jejich příslušné poláry. Interpretace každého druhu kružnic. Tři druhy pohybu (jak je velká pohybová grupa euklidovská/hyperbolická).

Poincarého polorovinný model: definice přímek, vzdáleností, úhlů, základní konstrukce (přenesení délky, rozpůlení délky, sestrojení kolmice k přímce daným bodem), definice kružnice, nalezení středu. Modely hyp. roviny a vztahy mezi nimi (jak se promítají, jak se v nich jeví vzdálenosti, úhly).

Interpretace hyperbolické roviny jako sféry o imag. poloměru a z toho plynoucí trigonometrie, obsah trojúhelníka. Eliptická rovina: volba konstanty, důsledky, porovnání tří druhů geometrií v dimenzi 2.

26.5.2018, L. Krump