Několik věcí na závěr

Další „model": sféra o imaginárním poloměru

$$S_{ki} = \{[x,y,z]\ ;\ x^2+y^2+z^2 = -k^2\}$$

$(k>0)$ sféra o poloměru ki

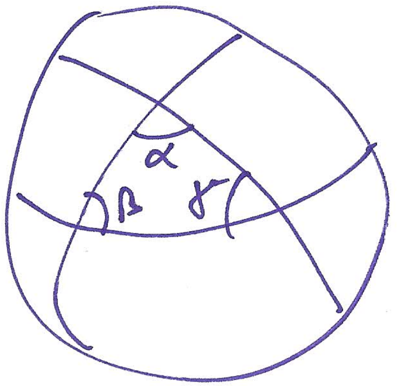
$S_{ki} \subseteq \mathbb{C}^3$ je další model Lobač. roviny

Zdůvodnění: S_{ki} a Lobač. rovina mají stejnou I. ZFP (základní formu plochy) a dokonce S_{ki} odpovídá celé Lobač. rovině

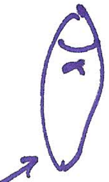
(1) (k = konstanta v $\frac{k}{2}\log d(x,y)$)

Lze odsud odvodit vzorec pro obsah Δ

(1) Vzorec pro obsah Δ na sféře S_r



$$S = (\alpha+\beta+\gamma-\pi)\cdot r^2$$

(Dk – z obsahu dvojúhelníka  $2\alpha r^2$)

(2) Pro $r = ki$ je tedy

$$S = (\alpha+\beta+\gamma-\pi)\cdot(-k^2) =$$

$$= \underbrace{(\pi-(\alpha+\beta+\gamma))\cdot \underbrace{k^2}_{>0}}_{>0}, \quad k>0$$

$S>0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha+\beta+\gamma < \pi}$$

Důsledky:

1) obsah Δ

2) $\alpha+\beta+\gamma < \pi$

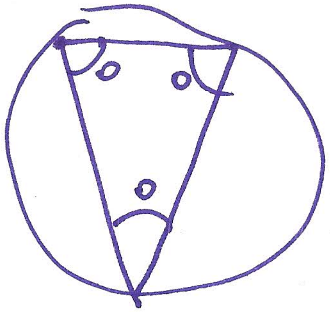
$\pi-(\alpha+\beta+\gamma)$ ... defekt Δ

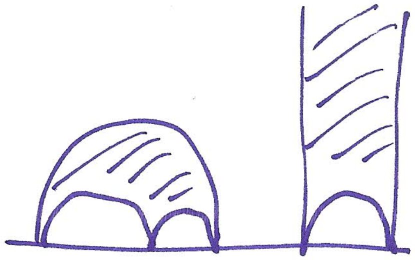
3) obsah Δ závisí jen na úhlech $\Rightarrow$ neex. podobné $\Delta\Delta$, které by nebyly shodné

4) asymptotické Δ:

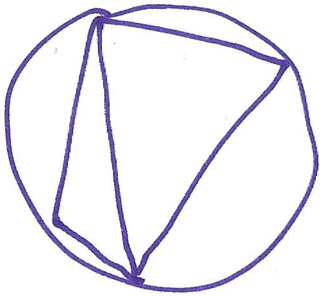
3x as.: $\alpha=\beta=\gamma=0$

$\Rightarrow S_\Delta = \pi\cdot k^2$ ... největší možný





5) 4x asymp. čtyřúhelník:



$S_\square = 2\cdot\pi\cdot k^2$

Lze odvodit vzorec pro obsah kruhu (cyklu) o poloměru δ

$S_\delta = \pi\cdot 4k^2\cdot \sinh^2\frac{\delta}{4k}$

speciálně pro $\sinh\frac{\delta}{4k} = 1$ je

$S_\delta = 4\pi k^2$

Kvadratura kruhu:

dán $\square \longrightarrow \exists?\ \bigcirc,\ S_\bigcirc = S_\square$

$\Leftrightarrow$ dán $\square \longrightarrow \exists?\ \bigcirc,\ S_\bigcirc = 2\cdot S_\square$

János Bolyai: nekonstruktivní kvadratura kruhu