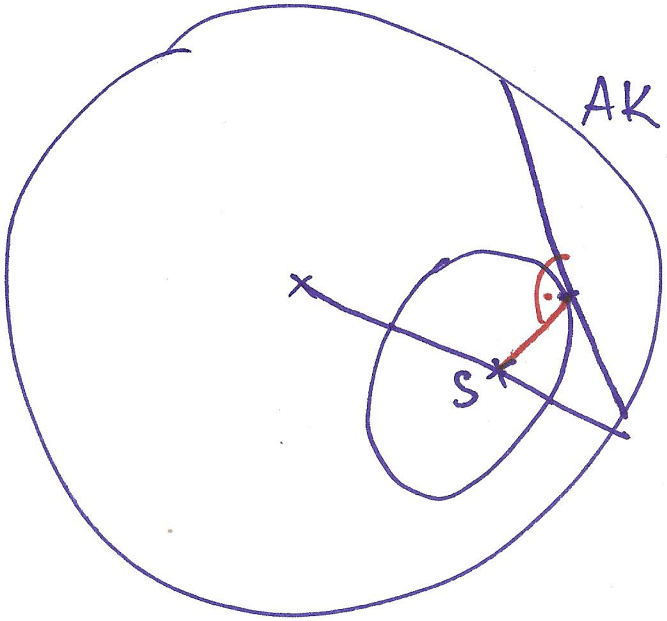
Kružnice v BK modelu



– Def. (1. verze): množina bodů stejně vzdálených od středu S.

– jeví se jako elipsy

– víme: vš. kružnice (soustředné) se dotýkají AK ve $\underbrace{\text{2 imag. bodech}}$

– S je pólem přímky p = spojnice v těchto bodech mají ~~spo~~ společné imag. tečny

<u>Věta</u>: tečna kružnice je vždy kolmá na příslušný poloměr.

Připomeň: přímky jsou L-kolmé ⟺ jsou polárně sdružené. (BK model)

Lemma:

K, L = 2 regul. křivky s 2 body dotyku

S = průsečík spol. tečen

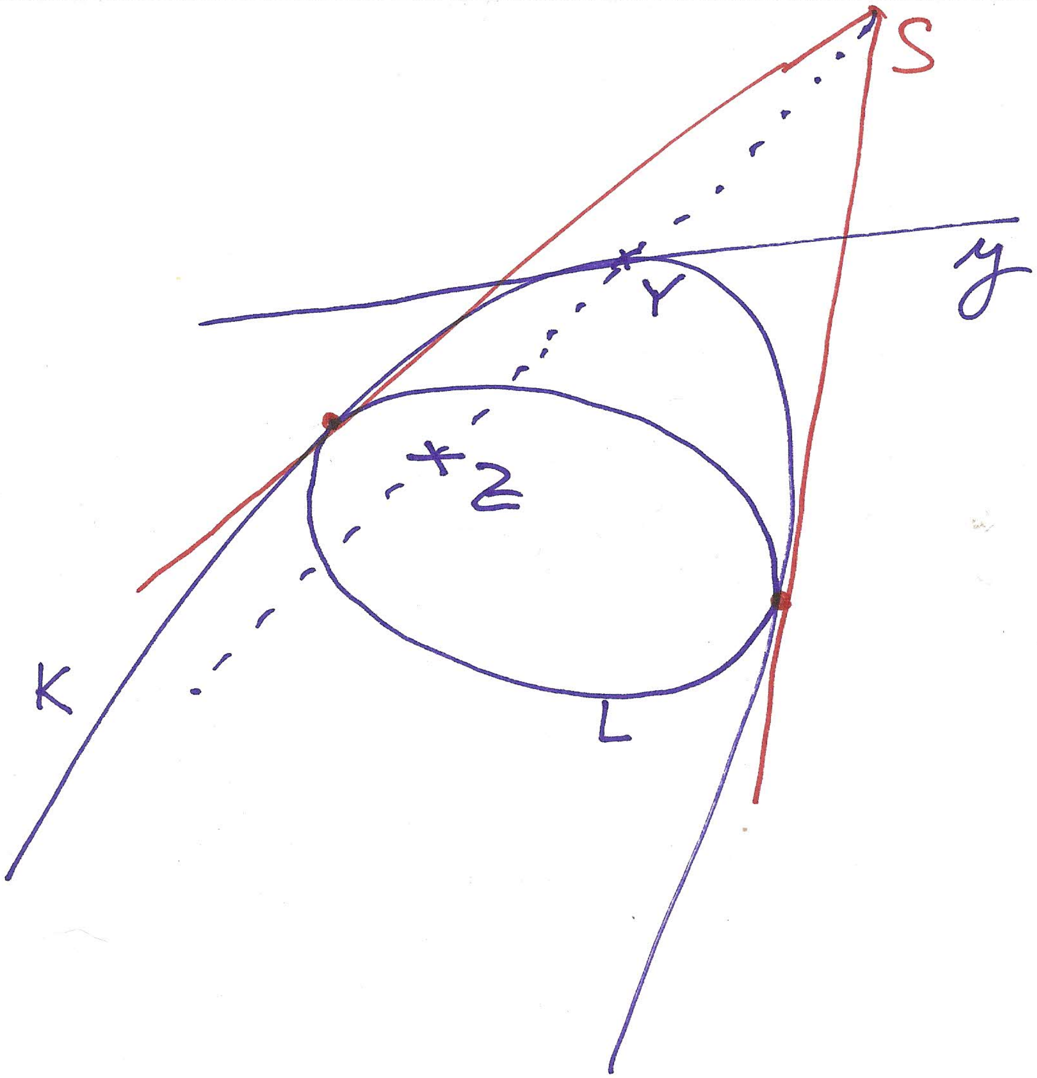
Y = lib. bod $\in K$

y = tečna ke K v Y

Z = pól y vzhl. k L

Pak S, Y, Z kolineární.

(Bez Dk.)



Dk Věty z tohoto Lemmatu:

$L = AK$

K = elipsa (= L-kružnice)

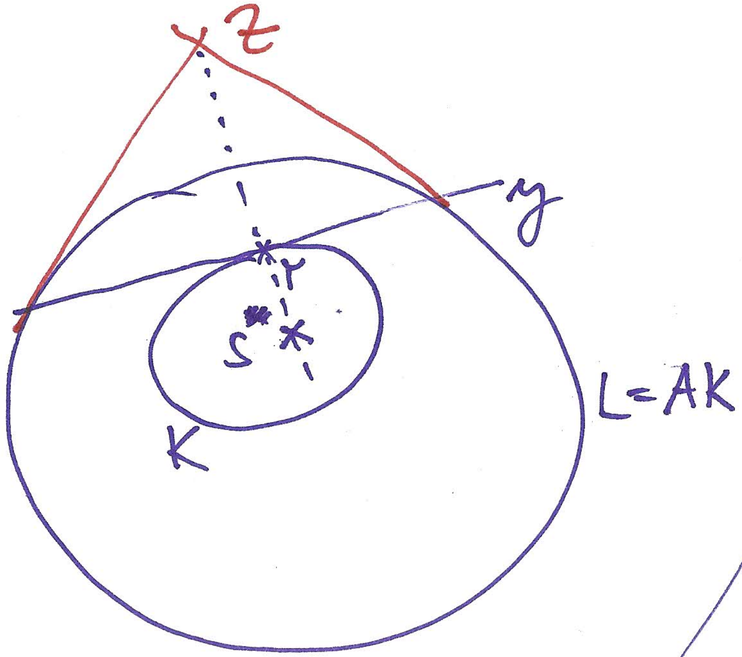
mají 2 spol. body dotyku (imag.)

S = střed L-kružnice = průsečík spol. (imag.) tečen

(2)

zvolím libov. bod $Y \in K$

Lemma $\Rightarrow$ $SY = SZ$ prochází pólem přímky y (= bodem Z)



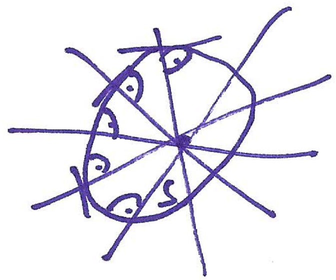
$\Rightarrow$ SY a y jsou polárně sdružené a tudíž L-kolmé.

Důsledky:

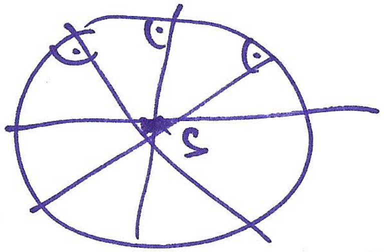
$\boxed{1}$ Tuto vlastnost lze vzít za obecnější definici kružnice:

Def kružnice – 2. verze: Kružnice je ortogonální trajektorie svazku přímek se středem S.

Tzn. kružnice je křivka v $\forall$ bodě L-kolmá na příslušnou přímku ze svazku



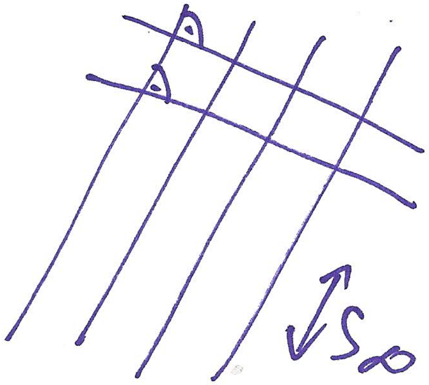
$\boxed{2}$ To je stejné jako v euklidovské:



svazek různoběžek

↓

kružnice



svazek rovnoběžek

↓

přímky

ortog. trajektorie pro svazek se středem S lze zapsat vztahem:

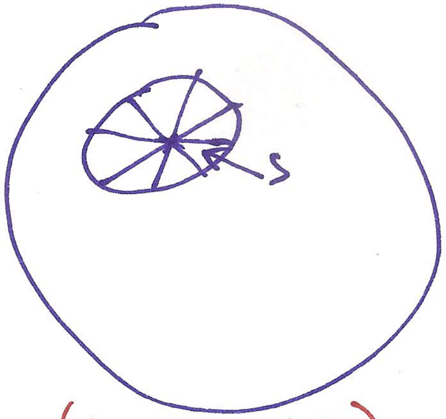
$$f_{xx} + \rho \cdot f_{xs}^2 = 0$$

$$\rho \in \langle 0, +\infty)$$

$$\left(\rho = \frac{1}{\text{poloměr}}\right)$$

- platí pro ∀3 možnosti

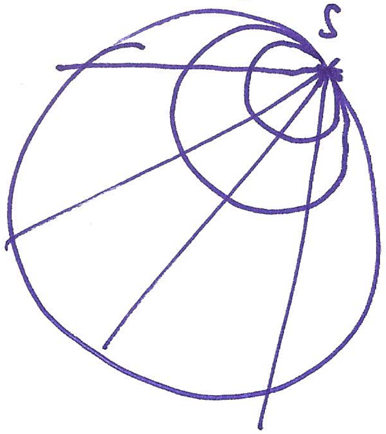
$\boxed{3}$ BK: různoběžky



(hypocykly)

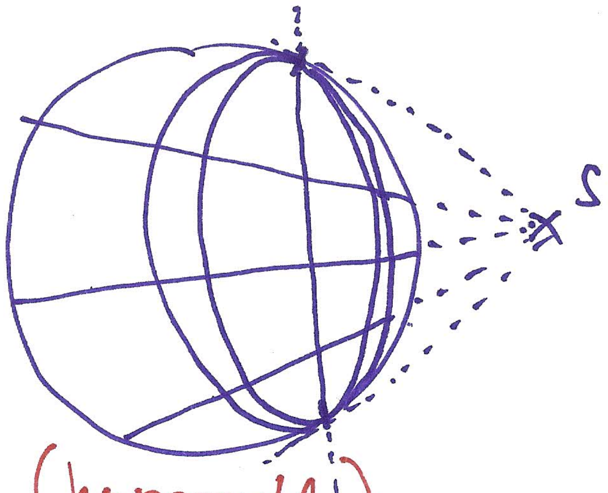
cykly

rovnoběžky



horocykly

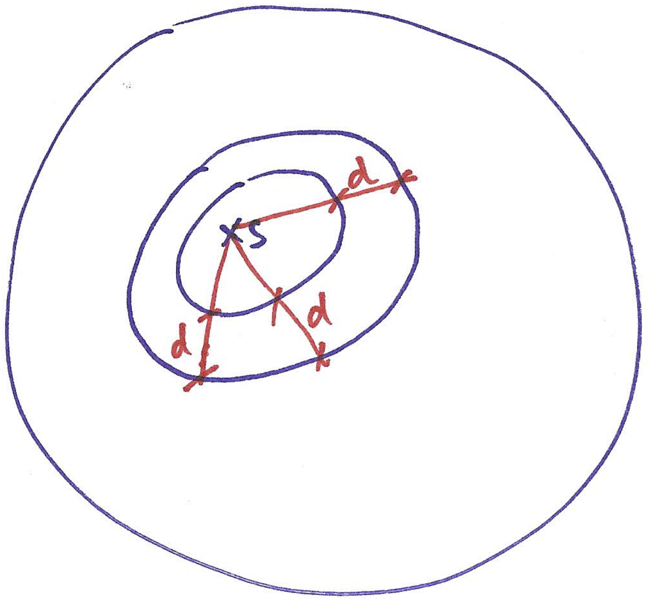
mimoběžky



(hypercykly)

Úvaha:

a) pro cykly: z 1. definice je zřejmé, že 2 soustředné cykly vytínají na různých poloměrech stejné délky (d).



b) jak je tomu pro hypercykly?

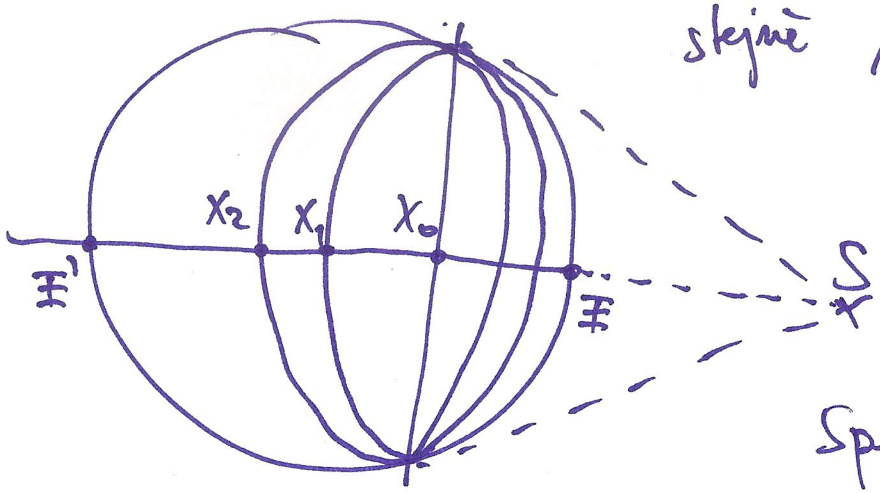
? ~~…~~ je vzdálenost X_1X_2 také nezávislá na volbě poloměru?

dvojpoměr: $d_i = (X_i S \mp \mp')$, $i = 1, 2$

$$m(X_1S) = \frac{k}{2} \operatorname{Log} d_1 = \frac{k}{2}\left(\ln|d_1| + \pi i\right)$$

stejně $m(X_2S) = \frac{k}{2} \operatorname{Log} d_2 = \frac{k}{2}\left(\ln|d_2| + \pi i\right)$

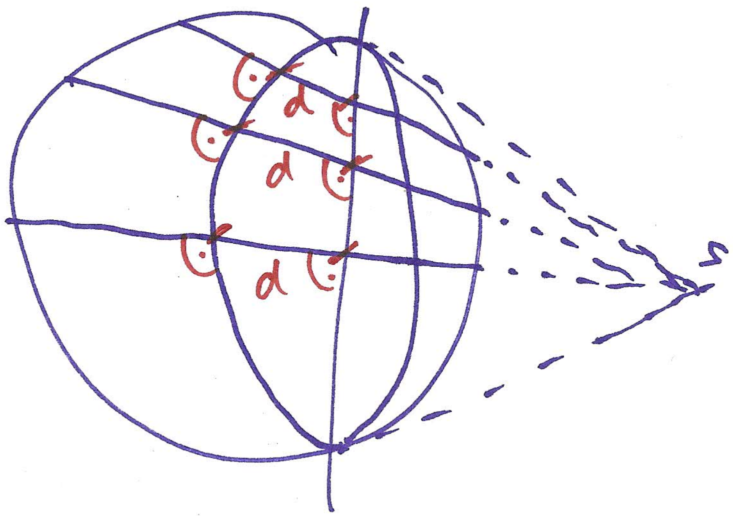
$$\Rightarrow m(X_1X_2) = \frac{k}{2}\left(\ln|d_1| - \ln|d_2|\right) = \frac{k}{2} \ln\left|\frac{d_1}{d_2}\right| \in \mathbb{R}$$



Speciálně pro bod X_0: $d_0 = (X_0 S \mp \mp') = -1$

$$\Rightarrow m(X_1X_0) = \frac{k}{2} \ln|d_1|$$

a toto je konstantní (nezávislé na ~~volbě~~ volbě poloměru)



$\Rightarrow$ hypercykl je <u>ekvidistanta přímky</u>

<u>Pozn.</u>: kružnice $\Leftrightarrow$ pravé úhly

v polorov. modelu
v Poinc. kruhovém modelu

} se jeví úhly i kružnice „správně"

v BK se obojí jeví zkreslené