

Analýza pro studenty Učitelství, LS druhého ročníku – příklady k procvičení, 1. série

Primitivní funkce

V následujících příkladech najděte primitivní funkci k dané funkci na maximálním intervalu, na němž existuje. Správnost řešení ověřte derivováním.

1. Integrály elementárních funkcí nebo na elementární funkce vedoucí

$$\int a dx \quad (a = \text{const.}), \quad \int x^k dx \quad (k \in \mathbf{Z}, k \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx, \quad \int \sin x dx, \quad \int \cos x dx, \\ \int e^x dx, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx, \quad \int \frac{1}{\sin^2 x} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad \int \frac{1}{1+x^2} dx$$

2. Integrace per partes, různé substituce, ...

$$\int x e^x dx, \quad \int x \cos x dx, \quad \int \sin x e^x dx, \quad \int \ln x dx, \quad \int \arcsin x dx, \quad \int \arctg x dx, \\ \int x^k e^x dx, \quad \int \frac{1}{(1+x^2)^n} dx, \quad \int \sin^2 x dx, \quad \int x^3 \sin x dx, \quad \int x \arctg x dx, \\ \int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx, \quad \int \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}} dx, \quad \int x e^{-x^2} dx, \quad \int \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$$

3. Integrace racionálních funkcí

$$\int \frac{1}{x^2 - 5x + 6} dx, \quad \int \frac{3x}{x^3 - 1} dx, \quad \int \frac{1}{x^4 - 1} dx, \quad \int \frac{4x^2}{x^4 - 1} dx, \quad \int \frac{3}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$$

4. Goniometrické substituce

$$\int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx, \quad \int \frac{1}{1 + \cos^2 x} dx, \quad \int \frac{1}{1 + \sin x + \cos x} dx, \quad \int \frac{\sin 2x}{2 \cos^2 x - 3} dx \\ \int \frac{\sin x}{\sin^4 x - 1} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{3} - 4 \sin x \cos x} dx, \quad \int \frac{1}{\sin x - \cos x} dx$$