⇒ úloha lineárního programování

• možnosti: LADDER PORTFOLIO

diverzifikace: „z donucení" $l_j \leq x_j \leq u_j \quad \forall j$

co nejpřesnější shoda trvání obligací s D_L (drahé)

BULLET PORTFOLIO

• nepříjemnost: citlivé na nestejné změny krátkodobých a dlouhodobých úr. měr

• portfólio se zaručeným výnosem

$\min \sum_{j=1} c_j \cdot x_j$ c_j … tržní ceny obligací, x_j … množství

závazky

$\sum_{j=1} f_{jt} x_j = L_t$ f_{jt} … toky obligace j v čase t

$x_j \geq 0$

ustupní kapitál

$\Rightarrow \min \sum_{j=1} c_j \cdot \cancel{x}_j + v_0$

přebytek z minulého období

$\sum_{j=1} f_{jt} x_j + a_{t-1} \cdot v_{t-1} - v_t = L_t$

$x_j \geq 0, \; v_t \geq 0 \quad \forall t$

alternat.

$\Rightarrow \min \sum_{j=1}^{J} c_j \cdot x_j$ s.t. $\sum PV_j \cdot x_j \geq PV_L$ … proti riziku úr. sazby a proto

VEKTOROVÁ OPTIMALIZACE

- Imunizace portfólia

• PV_j … současná hodnota j-té obligace

c_j … cena, za kterou mohu j-tou obligaci pořídit

x_j … váha j-té obligace

PV_L … PV dluhu

• $PV_{jt}(r) = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{f_{j\tau}}{(1+r)^{\tau}}$

• durace: postih odchylek - malých + paralelních

• imunizace portfólia: stejné PV obligací a závazků

stejná durace obligací a závazků

• problém: neznámé úr. míry r

- scénáře: odhad statistickými metodami

dostanu je z NERVu

- podmínka neanticipativnosti = rozhoduji se nyní,

- budoucí scénář neznám
→ cílové programování

$$\min \sum_{s=1}^{S} p_s \left[\|c^T x - v^s\| + \|PV^s(x) - PV_L^s\| + \|D^s(x) - D_L^s\| \right]$$

za $l \le x \le u$

$\sum PV_j x_j$ $\qquad$ $\dfrac{\sum PV_j x_j D_j}{\sum PV_j x_j}$

• problém soukromého investora
- chci g jednotek za N let
- výnosy $\rho_i(t,\omega)$; ω náh. element
- trajektorie náh. dat $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_T)^T$

$\max \; q y^+ - r y^-$

za $\sum x_i(1) = W_0$, $x_i(t) \ge 0 \quad \forall i,t$

$\sum_i \rho_i(t) \cdot x_i(t) - \sum_i x_i(t+1) = 0 \quad \forall t$

$\sum_i \rho_i(T) \cdot x_i(T) - y^+ + y^- = g$

přebytek $\quad$ deficit

→ ω neznám → scénáře $\quad$ (ω ... úr. míra např.)

$\max \sum_s p_s \left[q y^+(\omega^s) - r y^-(\omega^s) \right]$ ← dvoustupňová úloha, 3 období

pst. s-tého scénáře

za $\sum x_i(1) = W_0$; $x_i(1) \ge 0 \quad \forall i$

$\sum_i \rho_i(1,\omega^s) x_i(1) - \sum_i x_i(2,\omega^s) = 0 \quad \forall s$

$\sum_i \rho_i(2,\omega^s) x_i(2,\omega^s) - y^+(\omega^s) + y^-(\omega^s) = g \quad \forall s$

$x_i(2,\omega^s) \ge 0 \quad \forall i,s$

$y^+(\omega^s) \ge 0$; $y^-(\omega^s) \ge 0 \quad \forall s$

- úloha lineárního programování

• portfólio se zaručeným důchodem $\qquad$ na scénáře

- $\min \sum_{n=1}^{N} c_n x_n + y_0^+$ likvidní peníze $\qquad$ $\min \sum_{j=1}^{J} c_j x_j(1) + v_0$

za $\sum_{n=1}^{N} f_{nt} x_n + (1+i_{t-1}) y_{t-1}^+ - y_t^+ = l_t$ $\qquad$ za $\sum_{j=1}^{J} f_j(1,\omega^s) \cdot x_j(1) + v_0 \cdots V_1^s - V_2^s \cdots$

- f_{nt} ... tok z n-té obligace v čase t (kupónu, resp. + nominál)
  x ... složení portfólia
  c ... ceny

nebo kontr. rozdělení, nebo robustnost - třídy rozdělení

→ scénáře: náhoda + ~~možnost si vypůjčit~~ str. 19

- na počátku ⊕ dluh → jinak nestabilní úloha
- úloha lineárního programování
- zahrnuje mimojiné na spredu (rozdílu mezi úr. mírou, za kterou si vypůjčuji a ukládám)

• proces rozhodování:

data, zkušenost, informace : skutečný život - nejistota
↓ model : zjednodušení, aproximace
↓ řešení - software
↓ výsledek ☺
↓ interpretace : co to dělá, robustnost (pro celou množinu scénářů, ne jen pro jeden), stres testing, zjemňování, jiný model, přepočítávání, předpoklady ☹

do cvičení : Důkazy - durace, výnosová křivka, antiklr portfolio, tr. cena za rizika

III. Akcie

- 1952 H. Markowitz : Model optimální volby portfólia
- předpoklady modelu:

1) nejsou transakční náklady
2) bezarbitrážní trh
3) neomezená možnost investování i vypůjčování za stejnou bezrizikovou úr. míru
4) obchodování s neomezeným množstvím · neomezená dělitelnost aktiv
5) malý investor - nemá sílu ovlivnit výnos akcií
6) racionální investor rozhodující se na základě výnosu a rizika (očekávaný výnos, rozptyl), preferuje větší výnos a menší riziko
7) všichni investoři mají stejné informace
8) všichni investoři investují ve stejném čase na stejně dlouhé období