

DODATEČNÉ PŘÍKLADY NA ZÁPOČET Z UPDR, ZS 2023

- (1) Mějme diferenciální rovnici $3\partial_x^2 u + 6\partial_x \partial_y u + \partial_y^2 u = 0$. a) Určete typ rovnice. b) Převed'te rovnici na tvar, který neobsahuje smíšené druhé parciální derivace. c) Je-li to možné, napište obecné řešení.
- (2) Buď $u_0 \in C^\infty(\mathbb{R})$. Uvažme úlohu $\frac{1}{x^2}\partial_x u(x, y) + (x^3 + y)\partial_y u(x, y) = 0$ pro neznámou funkci $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ s počáteční podmínkou $u(1, y) = u_0(y)$ pro $x \in \mathbb{R}$. a) Najděte řešení zadané úlohy na jistém okolí bodu $(1, 1)$.
- (3) Uvažme úlohu $\partial_t u - \partial_x^2 u = 0$ v $(0, +\infty) \times (0, 2\pi)$ s okrajovými podmínkami $\partial_x u(t, 0) = \partial_x u(t, 2\pi)$ a $u(t, 0) = u(t, 2\pi)$ pro $t > 0$ a počáteční podmínkou $u(0, x) = u_0(x)$ pro $x \in (0, 2\pi)$ a dané $u_0 : (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$. a) Najděte kandidáta na řešení úlohy. b) Najděte řešení úlohy pro $u_0(x) = \sin^3(x)$.