

4. cvičení - Mohutnosti množin

1. Porovnejte mohutnosti množin \mathbf{N} , \mathbf{Z} , \mathbf{Q} , $\mathcal{P}(\mathbf{N})$, \mathbf{R} , $\mathcal{P}(\mathbf{R})$, $[0, 1]$, $(0, 1)$, $[0, 1)$, $[0, 1]^2$, $P_{0-9} := \{\text{množina všech posloupností přirozených čísel}\}$, $P_{01} := \{\text{množina posloupností nul a jedniček}\}$, $K := \{\text{množina konečných podmnožin } \mathbf{N}\}$.
2. Dokažte následující tvrzení:
 - a) Podmnožina spočetné množiny je spočetná
 - b) Sjednocení spočetně mnoha spočetných množin je spočetné.
 - c) Obraz spočetné množiny je spočetná množina.
- 3*. Sestrojte nespočetně mnoho podmnožin \mathbf{N} takových, že každé dvě mají jen konečný průnik.