

20. cvičení - l'Hospitalovo pravidlo

Nechť $a > 0$ a $b > 0$. Spočtěte následující limity:

$$\begin{aligned}
 & 1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos x}{x^2}, \quad 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log^a n}{n^b}, \quad 3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{an}}{n^b}, \quad 4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \log \frac{1}{n} \right|^a \frac{1}{n^b}, \\
 & 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(1+x) - \arctan(1-x)}{x}, \quad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}, \\
 & 7. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right), \quad 8. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arctan x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.
 \end{aligned}$$

8. Ukažte, že pokud existuje $\lim_{x \rightarrow a+} f'(x)$ a je konečná, pak existuje také $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$. Funkci f je tedy možné v bodě a dodefinovat tak, aby v tomto bodě byla spojitá zprava. Označme výslednou funkci F . Pak platí $F'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow a+} F'(x)$.

Existuje $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$, pokud $\lim_{x \rightarrow a+} f'(x)$ existuje, ale je nekonečná?

Existuje $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$, pokud $\lim_{x \rightarrow a+} f'(x)$ neexistuje?