

15. cvičení - 1^∞

Považujte za známé následující limity :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}.$$

Spočtěte následující limity:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{1}{3x}}, \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}, \quad 3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} \right)^{\sqrt{n^3 + 3n^2}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (2e^x - 1)^{\frac{x^2 + 1}{x}}, \quad 5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - x + 1}{2x^2 + x + 1} \right)^{\frac{x^3}{1-x}}, \quad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x2^x}{1 + x3^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

7*. Nechť $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ je rostoucí. Může být f nespojitá

- na nekonečné množině?
- ve všech bodech \mathbf{Q} ?
- v nespočetně mnoha bodech?