

## 14. cvičení

Považujte za známé následující limity:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}.$$

Spočtěte následující limity:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}, \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}, \quad 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin x)}{x},$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x + \sqrt{x}}}, \quad 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin(x^3)},$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin \sqrt[3]{x}}{\log(1 + \sqrt[3]{x})}, \quad 7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(xe^x) - \cos(xe^{-x})}{x^3}, \quad 8. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx} \text{ pro } m, n \in \mathbf{N}.$$

9\*. Sestrojte funkci  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , která každý interval zobrazí na  $\mathbf{R}$ , tedy pro každé  $a < b$  platí  $f((a, b)) = \mathbf{R}$ .