

## Taylorův polynom

1. Napište Taylorův polynom funkce  $f(x) = e^{2x-x^2}$  stupně 3 v bodě 0.
2. Napište Taylorův polynom funkce  $f(x) = \sqrt{x}$  stupně 3 v bodě 1.
3. Spočítejte přibližně  $\sqrt[5]{250}$ .
4. Spočítejte přibližně  $\arcsin 0,45$ .
5. Energie volné částice je v teorii relativity dána vztahem  $E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Ukažte, že pro  $v \ll c$  představuje veličina  $T = E - m_0c^2$  kinetickou energii newtonovské mechaniky.

Použitím Taylorova rozvoje spočítejte limity

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{x^2}$
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(x+1)}{x^3}$

## Průběh funkcí

Vyšetřujte průběh následujících funkcí

9.  $f(x) = 3x - x^3$
10.  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 6}$
11.  $f(x) = \sqrt{8x^2 - x^4}$

12.  $f(x) = \frac{\cos x}{\cos 2x}$
13.  $f(x) = e^{-2x} \sin^2 x$
14.  $f(x) = \arcsin \frac{2x}{x^2 + 1}$

## Newtonův a Riemannův integrál

Spočtěte

15.  $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$
16.  $\int_0^1 \arccos x dx$
17.  $\int_0^\infty x^{2k-1} e^{-\frac{x^2}{2}} dx, k \in \mathbb{N}$
18.  $\int_0^{4\pi} \frac{1}{1 + \sin^2 x} dx$
19.  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

Spočtěte obsahy části rovin, omezené následujícími křivkami

20.  $y = x^2, x + y = 2$
21.  $y = 2^x, y = 2, x = 0$
22.  $y = |\ln x|, y = 0, x = 0, x = 10$
23. Spočtěte použitím definice Riemannova integrálu

$$\int_0^\pi \ln(1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2) dx,$$

$$|\alpha| \neq 1.$$