

Příklady na 6. týden

Nalezněte obecná řešení rovnic

1.

$$y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$$

2.

$$y'' - y = 2e^x - x^2$$

3.

$$y'' - 3y' + 2y = \sin x$$

4.

$$y'' + 4y' - 5y = 2e^x \sin^2 x$$

5.

$$y'' - 2y' + y = 2xe^x + e^x \sin 2x$$

6.

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

7.

$$y'' + 4y = 2\operatorname{tg} x$$

8.

$$x^2 y'' + xy' + 4y = 10x$$

Zkuste řešení hledat ve tvaru  $y(x) = x^\beta$  pro vhodné  $\beta$ .

9. Zjistěte, pro která  $\lambda \in \mathbf{C}$  existuje netriviální řešení úlohy  $y''(x) = \lambda y(x)$  na  $x \in (0, 2\pi)$  s okrajovou podmínkou  $y(0) = y(2\pi) = 0$ .
10. Volný pád v blízkosti povrchu Země v odporujícím prostředí, které na těleso působí silou úměrnou rychlosti, je určen pohybovou rovnicí (osa  $x$  orientována svisle vzhůru)  $x''(t) = -g - \alpha x'(t)$ , kde  $g, \alpha > 0$  jsou dány. Najděte obecné řešení této rovnice. Vyřešte pro počáteční podmínky  $x(0) = x_0 > 0$ ,  $x'(0) = 0$ . Diskutujte případ  $\alpha \rightarrow 0$  (odpor prostředí zanedbatelný).