

3. zkoušková písemka, MAF041, LS 2008

1. [10] Buď

$$f(x, y) := y \sin(\sqrt{|x+y|}) \sin(x-1).$$

Zjistěte, zda je f spojitá v $(0, 0)$ a spočtěte zde její limitu. Spočtěte $\partial f/\partial x(0, 0)$ a $\partial f/\partial y(0, 0)$. Rozhodněte zda existuje $df(0, 0)$ a případně ho najděte.

2. [15] Nalezněte potenciál příslušný k rovnici ve tvaru totálního diferenciálu

$$\left(2 + \frac{\lg(y)}{x}\right)dx + \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x}\right)dy = 0.$$

Jak vypadají řešení dané rovnice?

3. [15] Buď $A = (1, 1, 1)$, $f(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + z$, $g(x, y, z) = \lg(xy) + \exp(yz)$. Zjistěte, zda lze na okolí bodu A vypočítat fce $x(z)$ a $y(z)$ z rovnic $f(x, y, z) = 3$ a $g(x, y, z) = e$. Spočtěte $x'(1)$ a $y'(1)$.

4. [20] Buď

$$M = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 \leq y, y < 2\}$$
$$f(x, y) = x^4 - 2x^2y^3 + 3y^2$$

Najděte body podezřelé z lokálního extrému fce f na \mathbf{R}^2 a rozhodněte o typu lokálního extrému. Rozhodněte, zda existuje $\max f$ a $\min f$ na \overline{M} . Najděte $\sup f$ a $\inf f$ na M a rozhodněte, zda se nabývá či nikoli.

Nápověda:

- Vše podrobně zdůvodněte.
- Nezapomeňte se podepsat a ověřit předpoklady používaných vět.
- Zkuste integrační faktor závislý na x nebo y .
-

$$\mu = \mu(\Phi) : \frac{\mu'}{\mu} = \frac{N_x - M_y}{M\Phi_y - N\Phi_x}$$