2. zkoušková písemka, MAF041, LS 2008

1. [10] Buď
$$f(x,y) := \sqrt{|x|y^2} - 2.$$
Zjistěte, zda je f spojitá v $(0,0)$, případně lze spojitě dodefinovat. Toto rozšíření dále označíme f. Spočtěte $\partial f/\partial x(0,0)$ a $\partial f/\partial y(0,0)$. Napište kandidáta na $\mathrm{d}f(0,0)$ a rozhodněte, zda to totální diferenciál opravdu je.

2. [15] Nalezněte potenciál příslušný k rovnici ve tvaru totálního diferenciálu
$$\mathrm{d}x + \frac{xy}{1-y^2}\mathrm{d}y = 0.$$
Jak vypadají řešení dané rovnice?

3. [15] Buď $A = (\pi, \pi, 0)$, $f(x,y,z) = \sin(x) + \cos(y) + \mathrm{tg}(z)$, $g(x,y,z) = \exp(x) + \lg(y) + \sin(z)$. Zjistěte, zda lze na okolí bodu A vypočítat fce $x(z)$ a $y(z)$ z rovnic $f(x,y,z) = -1$ a $g(x,y,z) = \exp(\pi) + \lg(\pi)$. Spočtěte $x'(0)$.

4. [20] Buď
$$M = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |x| < 3, x^2 - 3y^2 \le 6\}$$
$$f(x,y) = x^3 - 3xy^2 + 6y \, .$$
Najděte body podezřelé z lokálního extrému fce f na $\mathbf{R}^2$ a rozhodněte o typu lokálního extrému. Najděte $\max f$ a $\min f$ na $\overline{M}$. Najděte $\sup f$ a $\inf f$ na M a rozhodněte, zda se nabývá či nikoli. Opět vše podrobně zdůvodněte.

Nápověda:

- Zkuste integrační faktor závislý na x nebo y.
- $$\mu = \mu(\Phi) : \frac{\mu'}{\mu} = \frac{N_x - M_y}{M\Phi_y - N\Phi_x}$$
- Není fce f a nějaká vazba podobná?
- Nezapomeňte se podepsat a ověřit předpoklady používaných vět.