

1. [10] Bud'

$$f(x, y) := \sqrt{|x(y+1)|} - \sqrt{|x|}.$$

Zjistěte, zda je  $f$  spojitá v  $(0, 0)$ , případně lze spojitě dodefinovat. Toto rozšíření dále označíme  $f$ . Spočtěte  $\partial f / \partial x(0, 0)$  a  $\partial f / \partial y(0, 0)$ . Napište kandidáta na  $df(0, 0)$  a rozhodněte, zda to totální diferenciál opravdu je.

2. [15] Nalezněte potenciál příslušný k rovnici ve tvaru totálního diferenciálu

$$dx - \frac{x}{1+y^2} dy = 0.$$

Jak vypadají řešení dané rovnice?

3. [15] Bud'  $A = (1, 0, 0)$ ,  $f(x, y, z) = x + \lg(x) + y + z$ ,  $g(x, y, z) = y + e^y + x + z$ . Zjistěte, zda lze na okolí bodu  $A$  vypočítat fce  $x(z)$  a  $y(z)$  z rovnic  $f(x, y, z) = 1$  a  $g(x, y, z) = 1$ . Spočtěte  $x'(0)$ .

4. [20] Bud'

$$M = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \leq 1, x^2 + y^2 < 8\}$$

$$f(x, y) = xy \exp\left(-\frac{1}{2}(x^2 + y^2)\right).$$

Najděte body podezřelé z lokálního extrému fce  $f$  na  $\mathbf{R}^2$  a rozhodněte o typu lokálního extrému. Najděte  $\max f$  a  $\min f$  na  $\overline{M}$ . Najděte  $\sup f$  a  $\inf f$  na  $M$  a rozhodněte, zda se nabývá či nikoli. Opět vše podrobně zdůvodněte.

Nápověda:

- Zkuste integrační faktor závislý na  $x$  nebo  $y$ .

•

$$\mu = \mu(\Phi) : \frac{\mu'}{\mu} = \frac{N_x - M_y}{M\Phi_y - N\Phi_x}$$

- Vazba by možná šla přeformulovat do tvaru podobného funkci  $f$ .
- Nezapomeňte se podepsat a ověřit předpoklady používaných vět.