

# Písemná zkouška z Matematiky III pro IES FSV UK (C)

## ZS 2011-2012

---

**Příklad 1 :** Spočítejte integrál

$$\int_{-\pi}^{3\pi} \frac{1 - \sin x}{3 - \cos x} dx. \quad (12 \text{ bodů})$$

**Příklad 2 :** Nechť  $Q$  je kvadratická forma reprezentovaná maticí  $\mathbb{A}$ , kde

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -6 & -14 & -4 & -5 \\ -14 & -51 & -13 & -5 \\ -4 & -13 & -5 & -2 \\ -5 & -5 & -2 & -10 \end{pmatrix}.$$

Určete povahu formy  $Q$  (je-li PD, ND, PSD, NSD, ID) a spočítejte  $Q\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$ . (12 bodů)

**Příklad 3 :** Určete vlastní čísla matice  $\mathbb{B}$  a všechny jim příslušné vlastní vektory.

$$\mathbb{B} = \begin{pmatrix} -1 & -35 & -5 \\ -1 & -3 & -1 \\ 6 & 42 & 10 \end{pmatrix} \quad (12 \text{ bodů})$$

**Příklad 4 :** Spočítejte limitu (například s využitím Taylorova polynomu):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{(x \sin x)} - \cos(\sin x) + 3 \cos x - 3 \cos(x^2)}{\sin^4 x} \quad (12 \text{ bodů})$$

**Příklad 5 :** Nalezněte všechny lokální extrémů funkce  $f$  v množině  $M$ , kde

$$f(x, y) = \log(x^2 - y) + \arctg\left(x - \frac{y}{4}\right), \quad M = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2 : y < x^2\}. \quad (12 \text{ bodů})$$

---

## Výsledky písemky z Matematiky III pro IES FSV UK (C)

### ZS 2011-2012

---

**Příklad 1:**  $\pi\sqrt{2}$ . Integrál je dvojnásobkem integrálu přes  $(-\pi, \pi)$ . Na tomto intervalu lze použít substituci  $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$  a tím integrál převést na integrál z racionální funkce.

**Příklad 2:** ND,  $-19$ .

**Příklad 3:** Vlastní čísla: 4 násobnosti 2,  $-2$  násobnosti 1. Vlastní vektory k číslu 4:  $[-7s - t, s, t]$ ,  $[s, t] \in \mathbf{C}^2 \setminus \{[0, 0]\}$ ; k číslu  $-2$ :  $t \cdot [-\frac{5}{6}, -\frac{1}{6}, 1]$ ,  $t \in \mathbf{C} \setminus \{0\}$ .

**Příklad 4:**  $\frac{7}{4}$

**Příklad 5:** Nemá lokální extrémů ani stacionární body. (Při výpočtu stacionárních bodů vyjdou body  $[2, 8]$  a  $[2, 12]$ , které však neleží v množině  $M$  ani v definičním oboru funkce  $f$ .)